# Praktikum "Experimentelle Strömungsmechanik"

## Versuch S1: Bestimmung von Materialkennwerten

*Teilversuch c:* *Niederdruck-Kapillarviskosimeter - kinematische Viskosität eines Newtonschen Fluids*

## Inhalt

## 1. Aufgabenstellung

1. Bestimmen Sie die kinematische Viskosität mit zwei verschiedenen (Niederdruck-) Kapillarviskosimetern nach UBBELOHDE.
2. Berechnen Sie daraus die dynamische Viskosität und vergleichen Sie diese mit den Ergebnissen der Teilversuche S1a und S1b.

## 2. Theoretische Grundlagen

Die theoretischen Grundlagen zur einfachen Scherströmung wurden bereits in der Anleitung zu Versuch 1a dargelegt. Während bei Versuch 1a jedoch eine Schleppströmung realisiert wurde (die zu untersuchende Flüssigkeit befand sich zwischen einer festen und einer bewegten Berandung), wird in Kapillarviskosimetern eine Druckströmung realisiert, weil als treibender Mechanismus für die Strömung eine Druckdifferenz angewendet wird.

Wir betrachten die stationäre Strömung einer Flüssigkeit in einem zylindrischen Rohr mit dem Radius $r_0$ und nehmen an, dass die Stromlinien achsenparallel sind (laminare Strömung) und die Geschwindigkeit $u$ nur vom Abstand $r$ von der Rohrachse abhängt: $u = u(r)$. Weiterhin setzen wir voraus, dass der Druck $p$ nur von der Koordinate $x$ und nicht von $r$ abhängen soll. In einiger Entfernung vom Eintritt in das Rohr sind diese Bedingungen erfüllt (Abb. 1). Wir schneiden ein zylinderförmiges Flüssigkeitsteilchen mit dem Radius $r$ und der Länge $dx$ heraus und bilanzieren die an dem Teilchen wirkenden Kräfte[1]. Dies führt zu

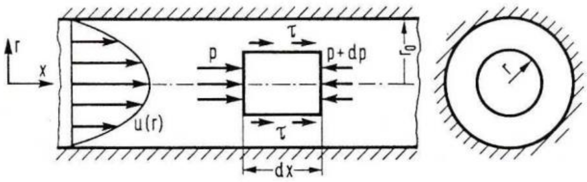

Abb. 1: Strömung in einem Rohr

$$\underbrace{2\pi r dx \cdot \tau(r)}_{Scherkraft} = \underbrace{\pi r^2 \cdot dp}_{Druckkraft} \tag{1}$$

bzw.

$$2\frac{\tau(r)}{r} = \frac{dp}{dx} \tag{2}$$

mit $\tau$ als nur von $r$ und nicht von $x$ abhängiger Scherspannung. Da die rechte Seite von Gl. (2) unabhängig von $r$ ist, muss auch die linke Seite von $r$ unabhängig sein. Dies ist aber nur dann der Fall, wenn beide Seiten konstant sind, d. h. es gilt auch $\tau/r = const.$ Der Ausdruck $dp/dx$ wird als Druckgradient bezeichnet. Für ein gerades ist er Rohr bei vollständig ausgebildeter Strömung konstant, d. h. der Druck fällt im Rohr mit wachsendem $x$ linear ab und wir können schreiben

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{l} \tag{3}$$

$\Delta p$ bzw. $l$ sind hier der Druckverlust bzw. die Rohrlänge. Die Flüssigkeit strömt von einem höheren zu einem niedrigeren Druckniveau, so dass das Vorzeichen negativ sein muss. Somit erhalten wir für die Scherspannung[2]

[1] Wir gehen zunächst davon aus, dass das Rohr waagerecht verläuft und der Einfluss der Gravitation unberücksichtigt bleiben kann.
[2] MERKE: Die Scherspannungsverteilung ist unabhängig von der Art der zu untersuchenden Flüssigkeit!

$$\tau(r) = -\frac{\Delta p r}{2l} \tag{4}$$

Ebenso ist aus Abb. 1 ersichtlich, dass der Geschwindigkeitsgradient

$$\dot{\gamma}(r) = -\frac{du(r)}{dr} \tag{5}$$

negativ ist, denn mit wachsendem *r* nimmt die Geschwindigkeit *u(r)* von einem Maximalwert in der Rohrachse auf den Wert 0 an der Rohrwand (Haftbedingung!) ab.
Wir nehmen nun an, dass die zu untersuchende Flüssigkeit mit dem Newtonschen Materialgesetz

$$\tau(r) = \eta \cdot \dot{\gamma}(r) = -\eta \frac{du(r)}{dr} \tag{6}$$

beschrieben werden kann. $\eta$ ist die unter isothermen Bedingungen konstante dynamische Viskosität der Flüssigkeit. Setzen wir (6) in (4) ein, erhalten wir

$$\frac{du(r)}{dr} = \frac{\Delta p}{\eta l} \frac{r}{2} \tag{7}$$

bzw. nach Integration mit der Randbedingung $u(r = r_0) = 0$

$$u(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l}\left(r_0^2 - r^2\right) \tag{8}$$

Um den Volumenstrom $\dot{V} = V/t$ (durchfließendes Volumen pro Zeiteinheit) berechnen zu können, müssen wir über die Geschwindigkeit und Fläche $(A = \pi r^2, dA = 2\pi r dr)$ integrieren:

$$\dot{V} = \int_A u dA = 2\pi \int_0^{r_0} r \cdot u(r) dr \tag{9}$$

Einsetzen von (8) in (9) und integrieren führt auf die Beziehung

$$\dot{V} = \frac{\pi \Delta p}{8\eta l} r_0^4 \tag{10}$$

Dies ist das HAGEN-POISEUILLEsche Gesetz, welches einen Zusammenhang zwischen der Geometrie des Rohres, dem Volumenstrom (bzw. Volumen pro Zeiteinheit), dem Druckabfall und der Viskosität der Flüssigkeit bei voll ausgebildeter Rohrströmung liefert. Sind also z. B. der Volumenstrom und der Druckabfall bekannt, kann bei bekannter Geometrie des Rohres sofort die Viskosität der (Newtonschen!) Flüssigkeit berechnet werden.
Dies wird z. B. in sogenannten Niederdruck-Kapillarviskosimetern realisiert. Für niederviskose Newtonsche Flüssigkeiten ist das UBBELOHDE-Viskosimeter eines der am häufigsten angewendeten Geräte. Das UBBELOHDE-Viskosimeter besteht aus dem Kapillarrohr (1), dem Belüftungsrohr (2), dem Befüllrohr (3), der Präzisionskapillare (7) mit dem Messgefäß (8) der Vorlaufkugel (9) und dem Niveaugefäß (5). Über und unter dem Messgefäß sind auf dem Kapillarrohr Ring-Messmarken $M_1$ und $M_2$ angebracht. Diese Marken legen sowohl das Durchflussvolumen der Probe wie auch die mittlere Druckhöhe *h* fest. Die Kapillare endet im als Kugelkalotte ausgebildeten oberen Teil des Niveaugefäßes. Über diese Kugelkalotte läuft die Probe aus der Kapillare in Form eines dünnen Filmes ab. Aufgrund dieser Konstruktion wird dieses Viskosimeter auch

als "Viskosimeter mit hängendem Kugelniveau" bezeichnet. Das hängende Kugelniveau hat zwei sehr wesentliche Vorteile:

1. Die mittlere wirksame statische Druckhöhe h (Abb. 2) ist mit

$$h = \frac{h_{M_1} + h_{M_2}}{2} \tag{11}$$

   eindeutig bestimmt.

2. Das hängende Kugelniveau ist in seiner Form so ausgebildet, dass die Wirkung der Grenzflächenspannung der Flüssigkeit im Messgefäß (8) während der Messung ausgeglichen wird.

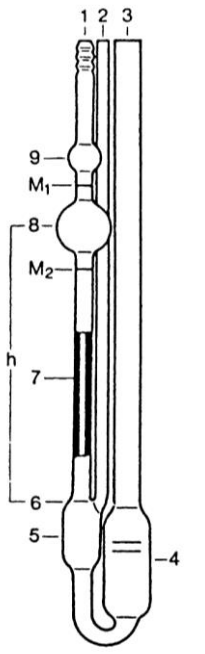

Abb. 2: UBBELOHDE-Viskosimeter

Das UBBELOHDE-Viskosimeter hängt, wie in Abb. 2 dargestellt, senkrecht. Die mittlere wirksame Druckdifferenz ist somit gegeben durch

$$\Delta p = \rho_F g h \tag{12}$$

mit $\rho_F$ als Flüssigkeitsdichte. Der Zusammenhang zwischen der kinematischen Viskosität $\nu$ und der dynamischen Viskosität $\eta$ ist mit $\nu = \eta / \rho_F$ gegeben. Als Volumen *V* wird die sich zu Beginn der Messung zwischen den Marken $M_1$ und $M_2$ befindliche Flüssigkeitsmenge verwendet. Wir erhalten damit aus Gl. (10)

$$\nu = \frac{\pi g}{8} \frac{h r_0^4}{V l} \cdot t = k \cdot t \tag{13}$$

Die Zeit, die die Flüssigkeit zum Passieren des Raumes zwischen den beiden Marken benötigt, wird mit einer Uhr gestoppt. Obwohl die Konstante *k* prinzipiell berechnet werden könnte, wird sie in der Regel aus Eichmessungen mit Flüssigkeiten bekannter kinematischer Viskosität bestimmt. Bei jedem Gerät ist die Gerätekonstante in den Glaskörper eingraviert.
Es gibt eine Serie von UBBELOHDE-Viskosimetern, die sich durch die Geometrie der Kapillaren, speziell durch deren Durchmesser, unterscheidet. Bei der Auswahl des Viskosimeters ist auf den vom Hersteller empfohlenen Viskositätsbereich zu achten, die Ausflusszeiten dürfen vorgegebene Untergrenzen nicht unterschreiten, was insbesondere bei sehr niederviskosen Flüssigkeiten zu Problemen führen kann. Insbesondere hier müssen wegen des Auftretens höherer REYNOLDSzahlen ($\mathrm{Re} > 1000$) Einlaufeffekte durch eine zusätzliche Korrektur der gemessenen Ausflusszeiten (HAGENBACH-Korrektur) berücksichtigt werden. Die Korrekturen können Tabellen entnommen werden.

## 3. Versuchsdurchführung

Die zu untersuchende Flüssigkeit befindet sich zu Versuchsbeginn bereits im Viskosimeter und ist durchtemperiert.
Zum Ansaugen der Flüssigkeit im Viskosimeter wird ein leichter Unterdruck benötigt. Dieser wird mit einer Wasserstrahlpumpe erzeugt. Dazu sind die folgenden Schritte abzuarbeiten:

1. Öffnen Sie das Wasserventil, an welchem die Wasserstrahlpumpe angeschlossen ist, und befestigen Sie den Saugschlauch ***vorsichtig*** am Kapillarrohr (1).
2. Verschließen Sie mit dem Finger die Öffnung des Belüftungsrohres (2). Die Flüssigkeit steigt im Viskosimeter nach oben und füllt nacheinander das Niveaugefäß (5), die Kapillare (7), das Messgefäß (8) und die darüber befindliche kleine Vorlaufkugel (9). Entfernen Sie ***vorsichtig*** den Saugschlauch vom Kapillarrohr (1). Geben Sie die Öffnung des Belüftungsrohres (2) frei.
3. Beobachten Sie den oberen Flüssigkeitsspiegel. Stoppen Sie die Zeit, während der sich der Flüssigkeitsspiegel von Marke $M_1$ nach Marke $M_2$ bewegt. Achten Sie auf die Ausbildung und Stabilität des hängenden Kugelniveaus in der Kugelkalotte (6). Falls es hier zu Störungen kommt, ist die Messung zu verwerfen und zu wiederholen. Notieren Sie die gestoppte Zeit.
4. Wiederholen Sie die Messung mit jedem der zwei Viskosimeter mindestens vier Mal.

## 4. Versuchsauswertung

1. Berechnen Sie aus den gestoppten Zeiten den Mittelwert sowie die Standardabweichung und anschließend die kinematische Viskosität der Flüssigkeit.
2. Geben Sie die Fehlerschranken für die berechnete Viskosität an.
3. Berechnen Sie die dynamische Viskosität der Flüssigkeit.
4. Vergleichen Sie die erhaltenen Viskositätswerte mit den aus den Teilversuchen 1a und 1b ermittelten Werten.

## 5. Literatur

- Becker, E.: Technische Strömungslehre, Teubner Studienbücher Mechanik, Stuttgart 1993
- Macosko, C. W.: Rheology - Principles, Measurements and Applications, VCH Publishers, Inc. New York 1994

## 6. Messblatt

| | | |
|---|---|---|
| $\rho_F =$ | $g/cm^3$ | Dichte der Flüssigkeit (Versuch 1d) |
| $k_1 =$ | $mm^2 / s^2$ | Gerätekonstante Viskosimeter 1 |
| $k_2 =$ | $mm^2 / s^2$ | Gerätekonstante Viskosimeter 2 |

Viskosimeter 1

| T / °C | $t_s / s$ | | | | | | $\bar{t}_s / s$ | $\sigma_{n-1} / s$ | $\nu / mm^2 s^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | | |
| | | | | | | | | | |

$\nu_{min}$ :

$\nu_{max}$ :

Viskosimeter 2

| T / °C | $t_s / s$ | | | | | | $\bar{t}_s / s$ | $\sigma_{n-1} / s$ | $\nu / mm^2 s^{-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | | |
| | | | | | | | | | |

$\nu_{min}$ :

$\nu_{max}$ :