



## Praktikum "Experimentelle Strömungsmechanik"

### Versuch S1: Bestimmung von Materialkennwerten

Teilversuch d: Dichte und der Oberflächenspannung einer Flüssigkeit

### Inhalt

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Aufgabenstellung</b> .....             | <b>2</b>  |
| <b>2. Theoretische Grundlagen</b> .....      | <b>2</b>  |
| 2.1. Dichte .....                            | 2         |
| 2.2. Oberflächenspannung .....               | 3         |
| <b>3. Versuchsaufbau</b> .....               | <b>5</b>  |
| 3.1. Dichte .....                            | 5         |
| 3.2. Oberflächenspannung .....               | 5         |
| 3.2.1. Ringtensiometer .....                 | 5         |
| 3.2.2. Wilhelmy-Platte .....                 | 7         |
| <b>4. Versuchsdurchführung</b> .....         | <b>7</b>  |
| 4.1. Dichte .....                            | 7         |
| 4.2. Oberflächenspannung .....               | 8         |
| 4.2.1. Messung mit dem du-Nouy-Ring .....    | 8         |
| 4.2.2. Messung mit der Wilhelmy-Platte ..... | 9         |
| <b>5. Versuchsauswertung</b> .....           | <b>10</b> |
| <b>6. Literatur</b> .....                    | <b>10</b> |

## 1. Aufgabenstellung

1. Bestimmen Sie die Dichte einer Flüssigkeit mit der Mohrschen Waage.
2. Messen Sie die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit mit einem Ringtensiometer und einem Wilhelmy-Tensiometer.

## 2. Theoretische Grundlagen

### 2.1. Dichte

Die Dichte  $\rho$  (Massendichte) eines homogenen Körpers ist seine auf die Volumeneinheit  $V$  bezogene Masse  $m$ . Bei einem inhomogenen Körper gilt für die lokale Dichte der entsprechende Differentialquotient

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad \rho = \frac{dm}{dV} \quad (1)$$

Die Dichte ist eine charakteristische mechanische und thermodynamische Kenngröße, die für Flüssigkeiten und vor allem für Gase teilweise eine starke Abhängigkeit vom Druck  $p$  und der Temperatur  $T$  aufweist.

Die Dichte eines Körpers lässt sich für ein genau definiertes Volumen  $V$  aus der Gewichtskraft  $F_G$  bestimmen.

$$\rho = \frac{F_G}{gV} \quad (2)$$

Bei Flüssigkeiten wird als Prinzip zur Messung der Dichte oft die Auftriebswirkung eines hinsichtlich des Volumens bekannten Körpers angewendet (Abb. 1). In ruhenden Flüssigkeiten stellt sich eine hydrostatische Druckverteilung infolge der Schwerkraft ein. Jeder in eine Flüssigkeit eingetauchte Körper erfährt aufgrund dieser Druckverteilung eine resultierende Oberflächenkraft  $F_A$ , die seiner Gewichtskraft entgegengerichtet ist. Mit den entsprechenden hydrostatischen Drücken

$$p_1 = \rho_F g h_1, \quad p_2 = \rho_F g h_2 \quad (3)$$

und der Auftriebskraft

$$F_A = F_1 - F_2 \quad (4)$$

erhalten wir sofort

$$F_A = \rho_F g A_K (h_1 - h_2) = \rho_F g V_K \quad (5)$$

Dabei wurde vorausgesetzt, dass der Körper über der ganzen Höhe einen konstanten Querschnitt hat. Die Auftriebskraft entspricht somit der Gewichtskraft des verdrängten Flüssigkeitsvolumens (Archimedes). Die Kräftebilanz am Körper ergibt

$$F_M = F_G - F_A \quad (6)$$

mit  $F_M$  als scheinbarer Gewichtskraft. Somit kann bei bekanntem Volumen  $V_K$  und bekannter Gewichtskraft  $F_K$  des Senkkörpers die Dichte der Flüssigkeit bestimmt werden:

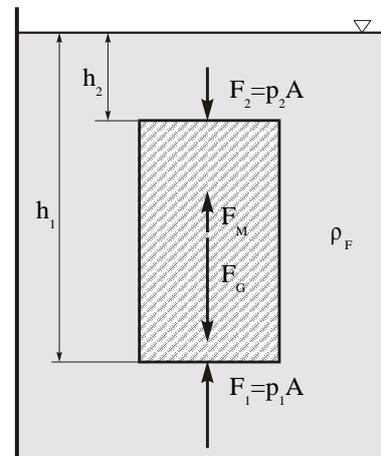


Abb. 1: Kraftwirkungen auf einen eingetauchten Körper

$$\rho_F = \frac{F_G - F_M}{gV_k} \quad (7)$$

## 2.2. Oberflächenspannung

An Grenzflächen ändert sich das Kraftfeld gegenüber demjenigen im Inneren des jeweiligen Mediums. Ursache hierfür bilden die anziehenden Molekularkräfte (van der Waalsche Kräfte), die sich an den Grenz- bzw. Oberflächen im Gegensatz zum Inneren nicht mehr vollständig kompensieren. Die Oberflächenmoleküle versuchen deshalb, ins Innere auszuweichen (Abb. 2). Aufgrund der hieraus resultierenden Erhöhung der abstoßenden Molekularkräfte stellt sich an der Oberfläche ein Gleichgewichtszustand ein, dessen Änderung die Überwindung von Kräften bzw. das Aufbringen von Arbeit erfordert. Bei Flüssigkeiten mit frei einstellbaren Oberflächen führt diese Kraftkonstellation zur Ausbildung von Minimalflächen (Abb. 3).

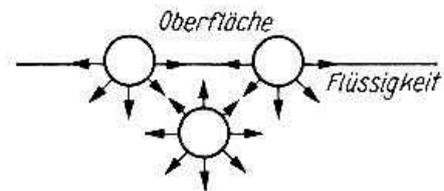


Abb. 2: Kraftwirkungen an Grenzflächen

Makroskopisch äußert sich das veränderte Kraftfeld an der Grenzfläche in einer "Membranwirkung" (vgl. Wasserläufer auf Wasseroberfläche in Abb. 3 - sein Gewicht reicht nicht aus, die Oberflächenspannung zu überwinden). In einer sehr dünnen Schicht an der Oberfläche existieren tangentielle Bindungskräfte zwischen den Molekülen. Sie sind im statischen Fall (d. h. im ruhenden Fluid) immer senkrecht zu einer virtuellen Oberflächenschnittlinie gerichtet. Ihr auf die Länge der Schnittlinie bezogener Betrag wird als Grenzflächenspannung  $\sigma$  bezeichnet<sup>1</sup>.

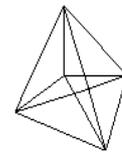
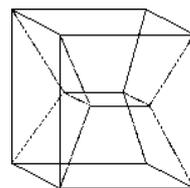


Abb. 3: Minimalflächen und Wasserläufer

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad (8)$$

Die Grenzflächenspannung hängt nur von der Stoffpaarung ab und bildet somit eine charakteristische Materialkenngröße für das betrachtete System. Für den Fall, dass eine Flüssigkeitsoberfläche an ihren gesättigten Dampf grenzt, wird die Grenzflächenspannung als Oberflächenspannung bezeichnet<sup>2</sup>. Nur für diese Stoffpaarung stellt die statische Oberflächenspannung eine echte Stoffgröße dar.

Durch Verunreinigungen oder gezielte Zugabe von oberflächenaktiven Substanzen (sogenannten Tensiden, engl.: surfactants) können beträchtlich Veränderungen in der Oberflächenspannungen hervorgerufen werden. Des Weiteren weisen strömende Medien meist höhere Oberflächenspannungen als ruhende Medien auf. Diese dynamische Oberflächenspannung resultiert aus der gegenseitigen Verschiebung der Moleküle an der bewegten Flüssigkeitsoberfläche. Neben der Abhängigkeit von der Bildungs- bzw. Veränderungsgeschwindigkeit der Phasengrenze zeigt die Oberflächenspannung erwartungsgemäß eine Abnahme mit steigender Temperatur.

<sup>1</sup> Im Sinne der Mechanik ist die Grenzflächenspannung mit der Dimension N/m keine Spannung, sondern eine auf eine Fläche bezogene Arbeit mit der Dimension J/m<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Die Bezeichnung "Oberflächenspannung" wird i. a. auch für die Grenzflächenspannung Flüssigkeit-Gas z. B. (Luft) verwendet, da die Molekularkräfte des Gases den Wert einer Paarung nur unwesentlich beeinträchtigen.

Die Oberflächenspannung kann alternativ auch als spezifische Oberflächenenergie gedeutet werden (vgl. Fußnote 2). Dies lässt sich einfach anhand eines einfachen Experimentes gemäß Abb. 4 nachweisen. Es werde ein dünner Flüssigkeitsfilm erzeugt, der sich zwischen einem u-förmigen Drahtrahmen und einem beweglichen Bügel befindet. Im Gleichgewicht kompensiert die Gewichtskraft  $F_G$  des Bügels gerade die Kraft  $F_\sigma$ , die versucht, den Flüssigkeitsfilm zu kontrahieren. Wird die Gewichtskraft  $F_G$  vergrößert, verschiebt sich der Bügel um  $ds$  bis zum erneuten Gleichgewicht. Bei der Verschiebung wurde die Arbeit

$$dW = F_G ds \quad (9)$$

geleistet und die Fläche

$$dA = 2l ds \quad (10)$$

erzeugt<sup>3</sup>. Bezieht man die geleistete Arbeit auf die neu gebildete Fläche und bezeichnet man den Quotienten mit  $\sigma$ , erhält man

$$\sigma = \frac{dW}{dA} = \frac{F_G ds}{2l ds} = \frac{F_G}{2l} \quad (11)$$

Somit ist die Oberflächenspannung ein Maß für die Energie pro Flächeneinheit.

Oberflächeneffekte wirken sich nur in technischen Bereichen aus, wo freie Ober- bzw. Grenzflächen vorliegen. Relevant werden diese Effekte dann, wenn die Abmessungen des Flüssigkeitsgebietes sehr klein sind. Beispielhaft seien hierfür die für die Natur unentbehrlichen Kapillarkräfte (z. B. in Pflanzen) oder die Tropfen- und Meniskusbildung genannt. So werden Flüssigkeitsoberflächen in unmittelbarer Wandnähe gehoben (Glas-Wasser) oder gesenkt (Glas-Quecksilber), die Kapillarwellen auf bewegten Flüssigkeiten werden durch die Oberflächenspannung induziert.

Zur Bestimmung der statischen und dynamischen Oberflächenspannung werden verschiedene Methoden angewendet, die alle am Lehrstuhl TMS verfügbar sind:

- Abreißmethoden (Ringtensiometer)
- Plattenmethoden (Wilhelmy-Platte)
- Tropfengewichts- bzw. Tropfenvolumenmethoden
- Tropfenformmethoden
- Blasendruckmethoden

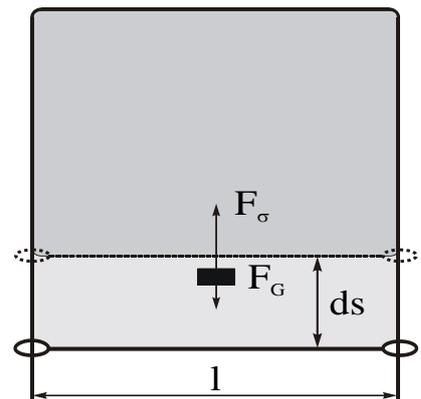


Abb. 4: Zur Oberflächenenergie eines Flüssigkeitsfilmes

<sup>3</sup> Der Zahlenwert "2" muss berücksichtigt werden, da sowohl auf der Vorder- als auch Rückseite des Filmes eine neue Oberfläche erzeugt wurde.

### **3. Versuchsaufbau**

#### **3.1. Dichte**

Zur Bestimmung der Dichte unter Ausnutzung des Auftriebes wird eine Mohrsche Waage nach Abb. 5 eingesetzt. An einem Waagbalken (9) hängt ein Senkkörper (1). Auf dem Waagbalken befinden sich zwei durch Kerben und Dichteeinheiten gekennzeichnete numerische Skalen sowie verschiedene Gewichte (8), (11) und (15). Im Gleichgewicht stehen sich die Zeiger am Waagbalken (12) und am Stativ (13) gegenüber. Wenn sich der Senkkörper in Luft befindet und alle Gewichte in Nulllage sind, muss der Nullpunkt mit Hilfe der Fußschraube (17) und Ausgleichsspindel (6) so eingestellt werden, dass sich die Waage im Gleichgewicht befindet.

Taucht der Senkkörper in eine Flüssigkeit unbekannter Dichte (2) ein, erfährt er wegen der Auftriebskraft einen scheinbaren Gewichtsverlust, der zum Auslenken des Waagbalkens führt. Durch vorsichtiges Verschieben und Einhängen der Gewichte in die Kerben des Waagbalkens wird die Auslenkung kompensiert. Im Gleichgewichtszustand, der sich bei höherviskosen Flüssigkeiten aufgrund von Reibungseffekten am Senkkörper erst nach längerer Wartezeit einstellen kann, wird die Dichte unmittelbar am Waagbalken abgelesen.

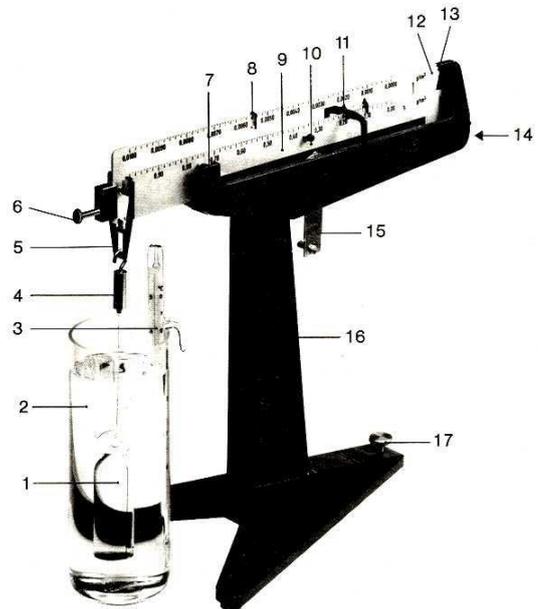


Abb. 5: Mohrsche Waage

#### **3.2. Oberflächenspannung**

Die Messung der Oberflächenspannung wird mit einem nach der Abreißmethode arbeitenden Ringtensiometer sowie mit der Wilhelmy-Platte durchgeführt.

##### **3.2.1. Ringtensiometer**

Bei dem Ringtensiometer wird der in Abb. 4 dargestellte Bügel durch einen Ring ersetzt (Ringmethode nach Du-Noüy). Der Ring wird mit sehr geringer Geschwindigkeit aus einem Flüssigkeitsreservoir gezogen. Aufgrund der Oberflächenspannung wird eine Flüssigkeitslamelle mitgeschleppt. Gleichzeitig wird mit einer äußerst empfindlichen Kraftmessdose der resultierende Kraftverlauf in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Diese Kraft ergibt sich aus den Oberflächenkräften an Ringinnen- und Ringaußenseite.

Der Ablauf einer Serie von Messungen, der automatisch vom Tensiometer gesteuert wird, erfolgt nach dem in Abb. 6 dargestellten Schema. Da die Kraftmessdose sehr empfindlich auf Vibrationen reagiert, wird bei dem verwendeten Tensiometer der temperierbare Behälter mit der zu untersuchenden Flüssigkeit vertikal bewegt. Folgende Stadien können beobachtet werden:

- In den Stadien 1-5 erfolgt das Benetzen und Eintauchen des Platin-Iridium-Ringes dadurch, dass der temperierbare Behälter nach oben gefahren wird.
- Der Behälter wird nach unten gefahren. In den Stadien 6 und 7 befindet sich der Ring noch innerhalb der Flüssigkeit.

- In den Stadien 7 bis 10 wird der Ring aus der Flüssigkeit gezogen, es bildet sich eine Flüssigkeitslamelle aus. Dabei erfolgt die Änderung der Zugkraft  $K_z$  zunächst linear (7-8), dann nichtlinear.

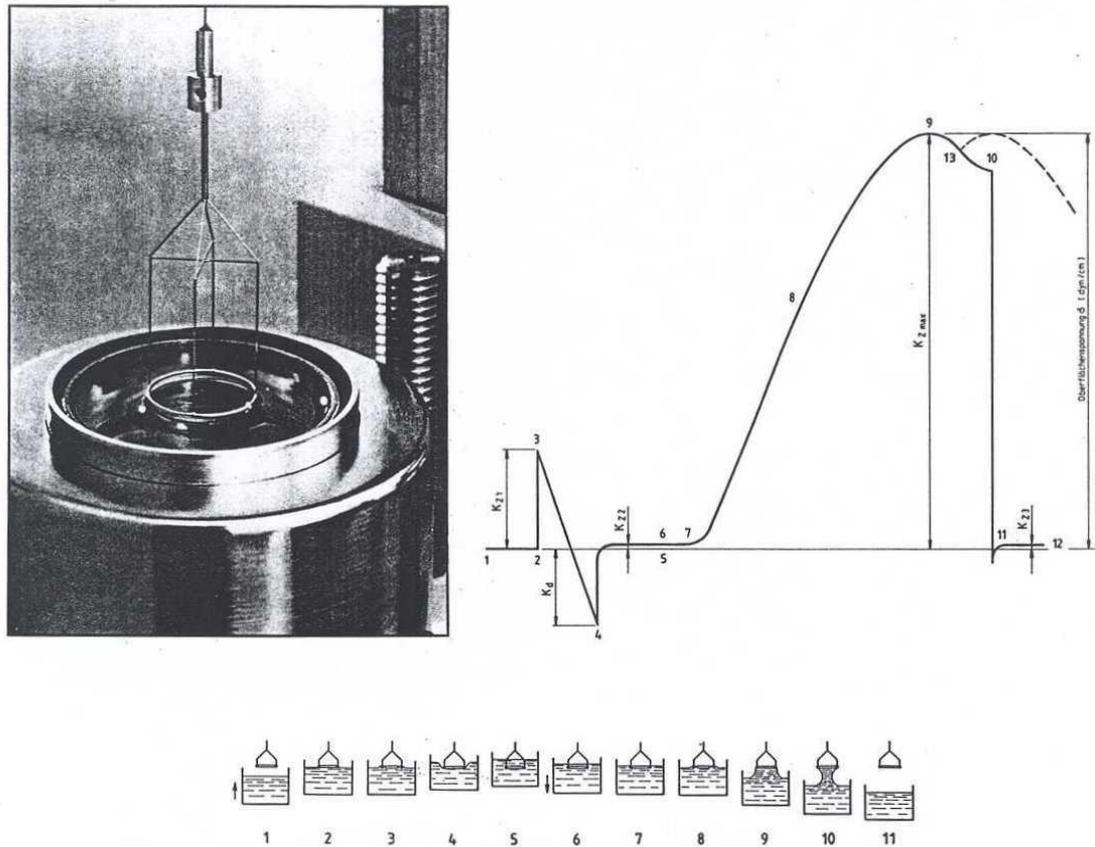


Abb. 6: Messablauf und Kraft-Zeit-Verlauf am Ringtensiometer

- Im Stadium 9 wird eine maximale Zugkraft  $K_{z,max}$  erreicht. Aus dieser wird die Oberflächenspannung nach (11) berechnet:

$$\sigma = \frac{K_{z,max}}{2 l k_H} \quad (12)$$

$l = 2\pi R$  ist der Umfang des Ringes und  $k_H$  ist ein Korrekturfaktor, der das Gewicht des aus dem Reservoir herausgezogenen Flüssigkeitsvolumens berücksichtigt.

- Im Stadium 10 würde die Flüssigkeitslamelle vom Ring abreißen. Dies wird jedoch durch die Automatik des Tensiometers verhindert, so dass Folgemessungen (mindestens 3), beginnend ab Stadium 5, möglich sind.

### 3.2.2. Wilhelmy-Platte

Eine andere klassische Methode zu Messung der Oberflächenspannung ist die Plattenmethode. Statt des Ringbügels wird eine sogenannte Wilhelmy-Platte benutzt. Die Wilhelmy-Platte berührt die Oberfläche der zu messenden Flüssigkeit (siehe Abb. 7). Sie wird durch die Flüssigkeit benetzt. Aufgrund der Oberflächenspannung der Flüssigkeit wirkt eine minimale Kraft  $F$  auf die Platte. Diese Kraft wird mit einer sehr empfindlichen Kraftmessdose in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Die Flüssigkeit ruht während der Messung, die Bestimmung der Oberflächenspannung mit der Wilhelmy-Platte ist eine statische Methode. Durch Betrachtung des Kräftegleichgewichtes an der Platte erhält man die Beziehung:

$$\sigma = \frac{F}{2(b+d)} \quad (13)$$

Der Nenner gibt den benetzten Umfang der Platte mit der Plattenbreite  $b$  und der Plattendicke  $d$  an. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Flüssigkeit die Platte vollständig benetzt (auf Sauberkeit des Messsystems achten!).

Für die Messungen der Oberflächenspannung fährt der Probenbehälter solange vertikal in Richtung Platte, bis die Platte die Flüssigkeitsoberfläche berührt. Beim Kontakt mit der Flüssigkeit tritt eine Kraftänderung auf (siehe Abb. 8). Der Probenbehälter stoppt automatisch. Der Kraft-Zeit-Verlauf wird vom Tensiometer aufgezeichnet. An das Tensiometer ist ein PC angeschlossen, der die Versuchssteuerung und die Auswertung übernimmt.

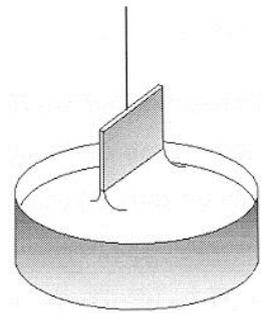


Abb. 7: Wilhelmy-Platte in Kontakt mit der Flüssigkeit

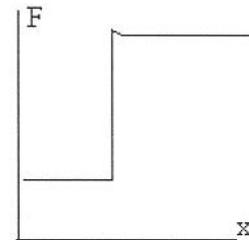


Abb. 8: Kraftverlauf bei Kontakt der Platte mit der Flüssigkeit

## 4. Versuchsdurchführung

### 4.1. Dichte

1. Reinigen Sie den Senkkörper vorsichtig und befestigen Sie ihn an der Mohrschen Waage.
2. Stellen Sie alle Gewichte in Null-Position. Justieren Sie den Nullpunkt mit Hilfe der Fußschraube (17) bzw., falls dies nicht ausreicht, mit der Ausgleichsspindel (6).
3. Hängen Sie den Senkkörper wieder ab und tauchen Sie ihn in das bereitgestellte Senkglas. Stellen Sie das Senkglas unter die Dichtewaage und hängen Sie den Senkkörper wieder vorsichtig an. Beachten Sie folgendes:
  - Der Senkkörper muss frei hängen und darf das Senkglas nicht berühren.
  - Beim Benetzen des Senkkörpers ist die Bildung von Luftblasen zu vermeiden.
  - An der Senkkörperaufhängung darf sich keine Flüssigkeit befinden.
  - Der Senkkörper muss vollständig eintauchen.
4. Schieben Sie das Schiebegewicht (11), bei null beginnend, von Kerbe zu Kerbe, bis der Zeiger (12) nach oben durchschwingt. Setzen Sie das Schiebegewicht eine Kerbe zurück.

5. Schieben Sie das Schiebegewicht (8), bei null beginnend, von Kerbe zu Kerbe, bis sich die Zeiger (12) und (13) gegenüberstehen. Lesen Sie die Dichte sowie die entsprechende Temperatur am Thermometer (3) ab.

## **4.2. Oberflächenspannung**

Das Tensiometer (TE-2), der PC und der Thermostat (RC6) sind zu Versuchsbeginn bereits eingeschaltet. Der Glasbehälter mit der zu untersuchenden Flüssigkeit befindet sich bereits im Gerät.

### **4.2.1. Messung mit dem du-Nouy-Ring**

1. *Eingabe der Versuchsparameter in die Gerätesoftware*
  - a. *Experiment* anklicken und *New* auswählen
  - b. Im *Create new experiment*-Fenster auswählen:  
Method = „*du Nouy ring*“  
User = *Praktikumsgruppennummer*  
Sample = *Probenbezeichnung*  
Temperature = *Temperatur (20 °C)*  
Density bottom = *Dichte der Probe (ermittelt mit Mohr-Westphalscher Waage)*  
Min st. dev. = *Standardabweichung (0.12 mN/m)*  
No of points = *Messzyklenanzahl (6)*  
Movement control up = *Aufwärtsgeschwindigkeit des Ringbügels (0.200 mm/s)*  
Movement control down = *Abwärtsgeschwindigkeit des Ringbügels (0.200 mm/s)*  
correction after = *Korrekturmethode (Harkins-Jordan)*
2. *Kalibrierung*
  - a. Den in einer Spiritusflamme gereinigten Ringbügel mit der Pinzette an den Kraftaufnehmer des TE-2 hängen (Ringbügel befindet sich in Luft) und zur Ruhe bringen.
  - b. Im *Create new experiment*-Fenster der Gerätesoftware auswählen:  
*Calibration* und *Next* anklicken
  - c. Zu dem Ringbügel das 500 mg-Eichgewicht mit der Pinzette an den Kraftaufnehmer hängen und zur Ruhe bringen.
  - d. Im *Calibration for ring*-Fenster der Gerätesoftware den Wert des Eichgewichtes mit „500“ eingeben und mit *Next* bestätigen.
  - e. Den neuen Kalibrierungsfaktor, der ähnlich wie der alte sein sollte, mit *Next* bestätigen
3. *Messung*
  - a. Die eingegebenen Versuchsparameter mit *OK* bestätigen und unter der Datei „Praktikumsgruppennummer.exp“ abspeichern
  - b. *Start* anklicken. Das Programm tariert zu Beginn der Messung den Kraftaufnehmer automatisch. Der Ringbügel wird in die Flüssigkeit gefahren, er sollte zwischen 2 – 5

mm eintauchen. Die Eintauchtiefe mit dem Endschalter einstellen! Die Messung läuft selbständig bis zum Ende oder bis zum Abbruch durch den Anwender

#### 4. Ausdruck der Ergebnisse

- a. Ausdruck der Messwerte als Schaubild, dazu im *Plate*-Fenster (Ergebnisfenster) anklicken:  
*File*, dann *Print preview* und schließlich *Print*
- b. Ausdruck der Messwerte als Liste, dazu im *Plate*-Fenster anklicken:  
*File*, dann 2 x *Report* und schließlich *Text* und dann *Print*

#### 4.2.2. Messung mit der Wilhelmy-Platte

##### 1. Eingabe der Versuchsparameter in die Gerätesoftware

- a. *Experiment* anklicken und *New* auswählen
- b. Im *Create new experiment*-Fenster auswählen:  
*Method* = „*Wilhelmy plate*“  
*User* = *Praktikumsgruppennummer*  
*Sample* = *Probenbezeichnung*  
*Temperature* = *Temperatur (20° C)*  
*Density bottom* = *Dichte der Probe* (ermittelt mit der Mohr-Westphalschen Waage)  
*Min st. dev.* = *Standardabweichung (0.12 mN/m)*  
*No of points* = *Messzyklenanzahl (10)*  
*Speed* = *Geschwindigkeit des Probenbehälters (0.200 mm/s)*  
*Time step (s)* = *Abtastzeit (5)*

##### 2. Kalibrierung

- a. Die Wilhelmy-Platte an den Kraftaufnehmer des TE-2 hängen (Platte befindet sich in Luft) und zu Ruhe bringen
- b. Im *Create new experiment*-Fenster der Gerätesoftware auswählen:
- c. *Calibration* und *Next* anklicken  
Zu der Platte das 100 mg-Eichgewicht mit der Pinzette an den Kraftaufnehmer hängen und zur Ruhe bringen.
- d. Im *Calibration for plate*-Fenster der Gerätesoftware den Wert des Eichgewichtes mit „100“ eingeben und mit *Next* bestätigen.
- e. Den neuen Kalibrierungsfaktor, der ähnlich wie der alte sein sollte, mit *Next* bestätigen

##### 3. Messung

- a. Die eingegebenen Versuchsparameter mit *OK* bestätigen und unter der Datei „*Praktikumsgruppennummer.exp*“ abspeichern

- b. *Start* anklicken. Das Programm tariert zu Beginn der Messung den Kraftaufnehmer automatisch. Der Probenbehälter fährt zur Platte. Nach Kontakt der Platte mit der Flüssigkeitsoberfläche läuft die Messung selbstständig bis zum Ende oder bis zum Abbruch durch den Anwender.

#### 4. *Ausdruck der Ergebnisse*

- a. Ausdruck der Messwerte als Schaubild, dazu im *Plate*-Fenster (Ergebnisfenster) anklicken:  
*File*, dann *Print preview* und schließlich *Print*
- b. Ausdruck der Messwerte als Liste, dazu im *Plate*-Fenster anklicken:  
*File*, dann *2 x Report* und schließlich *Text* und dann *Print*

### **5. Versuchsauswertung**

1. Treffen Sie Aussagen hinsichtlich der Genauigkeit der Dichtemessung. Welche Fehlermöglichkeiten können auftreten?
2. Vergleichen Sie beide Methoden der Oberflächenspannungsmessung hinsichtlich der Genauigkeit und der Standardabweichung. Interpretieren Sie die Ergebnisse der Oberflächenspannungsmessungen.

### **6. Literatur**

- Recknagel, A.: Physik, Mechanik, Kap. 6.2, 6.4, 10.5
- Grimsehl, W.: Lehrbuch der Physik Bd. 1, Mechanik, Kap. 3.1.3, 7.1.5
- Becker, E.: Technische Strömungslehre, 6. Auflage
- Spurk, J. H.: Strömungslehre