



Praktikum "Experimentelle Strömungsmechanik"

Versuch S6: Strömung eines Freistrahles in ein Medium gleicher Art

Inhalt

1. Aufgabenstellung	2
2. Theoretische Grundlagen	2
2.1. Freistrahler.....	2
2.2. Druck- und Geschwindigkeitsmessungen	3
2.2.1. Statischer Druck.....	3
2.2.2. Gesamtdruck	4
2.2.3. Staudruck.....	4
3. Versuchsaufbau	5
3.1. Versuchsstand	5
3.2. Präzisions-Schrägrohrmanometer	6
4. Versuchsdurchführung	7
5. Versuchsauswertung	7
6. Literatur	8

1. Aufgabenstellung

Bestimmen Sie die Geschwindigkeits- und Druckverteilung sowie die Strahlgrenzen und die Kernzonenlänge an einem kreisrunden Freistrahle.

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Freistrahle

Tritt eine Strömung aus einer relativ kleinen Öffnung in einen sehr großen Raum aus, so löst die Strömung von der Wand ab und bildet einen Freistrahle. Dies trifft z. T. auch für plötzliche größere Erweiterungen des Strömungsquerschnittes zu. Bei annähernd gleicher Dichte von Strahl- und Umgebungsmedium, z. B. bei der Ausbreitung von Luftstrahlen in die Umgebung, verwirbelt der Strahl am Rand,

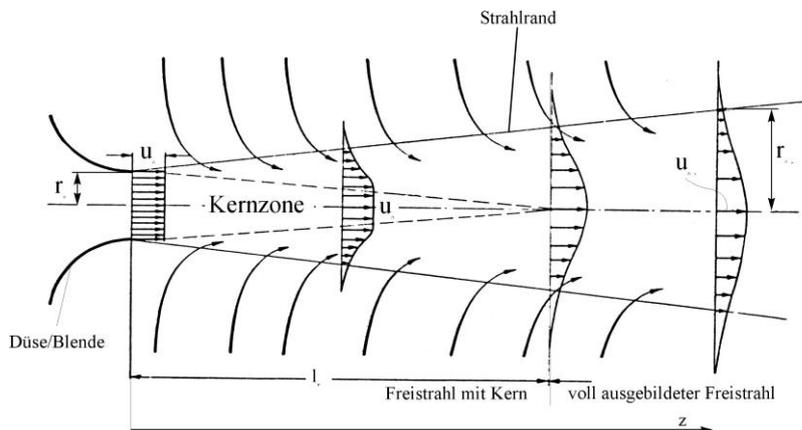


Abb. 1: Ausbreitung des Freistrahles

reißt Teilchen mit und vermischt sich sehr schnell mit der Umgebungsluft¹. Durch Impulsaustausch wird ständig mehr Luft in Strahlrichtung gefördert. Der Strahlquerschnitt wird größer, der Volumenstrom \dot{V} wächst ständig an, die mittlere Geschwindigkeit des Strahles nimmt ab. Es gilt allgemein

$$\dot{V} = \int_{A_s(z)} u(x,y,z) dA_x > \dot{V}_0 = u_0 A_0 \quad (1)$$

mit A_s als Strahlquerschnittsfläche, $u(x,y,z)$ als zeitgemittelt dreidimensionales Geschwindigkeitsprofil der turbulenten Strömung, u_0 bzw. A_0 als Geschwindigkeit der Blockströmung bzw. Fläche am Strahlaustritt².

In der Umgebung der Strahlränder tritt ein geringer Unterdruck auf, so dass es zum Nachströmen des umgebenden Mediums kommt. Vernachlässigt man diese geringen Druckänderungen, so lässt sich anhand des Impulssatzes nachweisen, dass der Anfangsimpulsstrom \dot{i}_0 des Strahles aufgrund des Fehlens äußerer Kräfte trotz Zunahme des Volumenstromes erhalten bleibt, da der Druck im Strahl dem Umgebungsdruck entspricht:

$$\dot{i}_z = \int_{A_s(z)} \rho u^2(x,y,z) dA_z = u_0 \dot{m}_0 = \dot{i}_0, \quad u(x=0, y=0, z=0) = u_0 \quad (2)$$

Da die Energie für die Beschleunigung der ruhenden Luft dem Strahl entnommen wird, reduziert sich die Strahlgeschwindigkeit mit der Lauflänge z . Dies betrifft zuerst nur eine Randzone, in der Strahlmitte ($x=0, y=0, z$) strömt die Luft noch mit der Austrittsgeschwindigkeit u_0 . Diesen von der Umgebung unbeeinflussten Bereich bezeichnet man als *Kernzone*. Die Breite der Kernzone nimmt nahezu linear mit der Lauflänge z ab. Die *Kernzonenlänge* l_k entspricht der

¹ Bei großen Dichteunterschieden zwischen Strahl und Umgebungsmedium ($\rho_{jet} \gg \rho_{env}$) bleibt dieser Strahl über eine lange Strecke unverformt.

² Im Folgenden nutzen wir kartesische (x,y,z) und Zylinderkoordinaten (r,φ,z) mit z als Strahlachse.

Länge z , ab der die Geschwindigkeit auch auf der Strahlachse reduziert wird. Der Strahl wird nun als *voll ausgebildeter Freistrah* bezeichnet. Im Strahl stellen sich *affine Geschwindigkeitsprofile* ein, d. h. diese Profile sind bei entsprechender Normierung ineinander überführbar. Ihre Form kann aus der Impulsbilanz unter Zuhilfenahme einer Hypothese über die turbulente Wirbelgröße ermittelt werden. Die Ergebnisse für den kreisrunden Freistrah sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Tabelle 1: Gesetzmäßigkeiten beim kreisrunden Freistrah

	Kernzone ($0 \leq z \leq l_k$)	ausgebildetes (affines) Strahlprofil ($z > l_k$)
$\frac{u_{0z}}{u_0}$	1	$\frac{0.48}{\frac{T \cdot z}{d_0} + 0.145}$
$\frac{\dot{m}_z}{\dot{m}_0}$	$1 + 1.52 \frac{T \cdot z}{d_0} + 5.28 \left(\frac{T \cdot z}{d_0} \right)^2$	$4.36 \left(\frac{T \cdot z}{d_0} + 0.145 \right)$
$\frac{r_{sz}}{r_0}$	$6.89 \left(\frac{T \cdot z}{d_0} + 0.145 \right)$	$6.89 \left(\frac{T \cdot z}{d_0} + 0.145 \right)$

$$\text{Turbulenzgrad } T, \text{ Kernzonenlänge } l_k : \frac{l_k}{d_0} \approx \frac{0.335}{T}$$

2.2. Druck- und Geschwindigkeitsmessungen

Drücke und Geschwindigkeiten in Strömungen werden mit verschiedenen Sonden gemessen. Die Art der Sonde hängt von der Art des zu messenden Druckes (statischer Druck, Staudruck, Gesamtdruck) bzw. der zu messenden Geschwindigkeit (mittlere Geschwindigkeit, lokale Geschwindigkeit, Größe der Geschwindigkeit usw.) ab.

2.2.1. Statischer Druck

Die Messung des statischen Druckes erfolgt mit Wandbohrungen in geschlossenen Kanälen bzw. mit Sonden, die *senkrecht* zur Strömungsrichtung Bohrungen oder Schlitze besitzen. Aus einer Kräftebilanz an der linken Grenzfläche der Sperrflüssigkeit erhalten wir für den statischen Druck mit den Bezeichnungen in Abb. 2 die Beziehung

$$\begin{aligned} p_{\text{statisch}} &= p - p_b \\ &= g [\rho_{sp} \Delta h - \rho_F (h_0 + h_2)] \\ &= g [(\rho_{sp} - \rho_F) \Delta h - \rho_F (h_0 - h_1)] \end{aligned} \quad (3)$$

Zu beachten ist, dass bei Anordnung des Manometers um h_0 unterhalb der Rohrachse ein um $p = \rho_F g h_0$ zu hoher Druck gemessen wird.

Da mit Luft als strömendem Fluid gearbeitet wird und die Dichte der Luft wesentlich kleiner ist als die Dichte der Sperrflüssigkeit Wasser ($\rho_F \ll \rho_{sp}$) ist, vereinfacht sich Gl. (3) für den statischen Druck in der Rohrleitung:

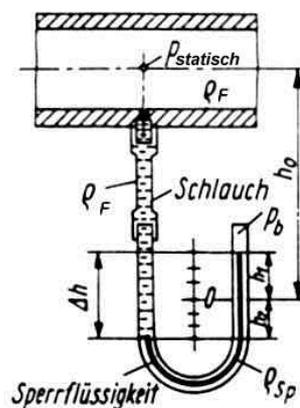


Abb. 2: Prinzip der statischen Druckmessung

$$p_{\text{statisch}} = \rho_{\text{Sp}} g \Delta h \quad (4)$$

2.2.2. Gesamtdruck

Mit einem Staurohr (PITOT-Rohr) können wir den *Gesamtdruck*, der sich aus dem *statischen Druck* und dem *Staudruck* zusammensetzt messen. Ein Rohr wird gemäß Abb. 3 mit seiner Öffnung entgegen der Anströmrichtung in der Strömung angeordnet. Das Fluid staut sich wegen der in einem Manometer befindlichen Sperrflüssigkeit in der Öffnung des PITOT-Rohres. In einiger Entfernung vor dem Rohr herrschen die ungestörte Geschwindigkeit u und der Druck p . Bis zur Öffnung des Rohres wird die Geschwindigkeit auf den Wert Null verzögert. Hierdurch kommt es entsprechend der BERNOULLI-Gleichung zu einem Druckanstieg $\rho_F u^2 / 2$, da die kinetische Energie der Strömung verlustfrei in Druckenergie umgesetzt wird. Der in der Öffnung des PITOT-Rohres vorhandene Gesamtdruck ist somit

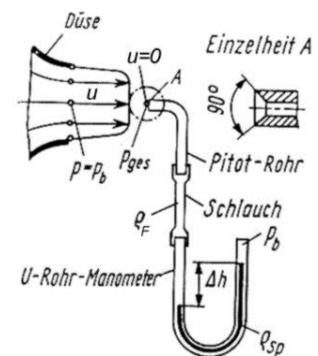


Abb. 3: Prinzip der Gesamtdruckmessung mittels PITOT-Rohr

$$p_{\text{ges}} = p_b + \frac{\rho_F}{2} u^2 \quad (5)$$

Der statische Druck entspricht in diesem Fall dem barometrischen Druck. Hieraus erhalten wir eine Beziehung zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit:

$$u = \sqrt{2 \frac{p_{\text{ges}} - p_b}{\rho_F}} = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho_F}} \quad (6)$$

2.2.3. Staudruck

Werden die beiden Methoden zur Messung des statischen und Gesamtdruckes kombiniert, ist man in der Lage, den Staudruck (auch als dynamischer Druck bezeichnet) zu messen. Im Gegensatz zur Messung des statischen Druckes ist die Lage des Manometers bezüglich des Messortes ohne Belang, da beide Messleitungen mit dem gleichen Fluid gefüllt sind.

Mit den Bezeichnungen aus Abb. 4 folgt für den Druck in der Höhe des rechten Meniskus der Sperrflüssigkeit im Gleichgewicht

$$\underbrace{p + \rho_F g (h_0 - h_2)}_{\text{linke Säule}} + \rho_{\text{Sp}} g (h_1 + h_2) = \underbrace{p_{\text{ges}} + \rho_F g (h_0 + h_1)}_{\text{rechte Säule}} \quad (7)$$

Mit Gl. (5) und p als dem Druck im zu messenden Fluid sowie $\Delta h = h_1 + h_2$ erhalten wir

$$\frac{\rho_F}{2} u^2 = p_{\text{ges}} - p = (\rho_{\text{Sp}} - \rho_F) g \Delta h \quad (8)$$

bzw.

$$u = \sqrt{2g \Delta h \left(\frac{\rho_{\text{Sp}}}{\rho_F} - 1 \right)} \quad (9)$$

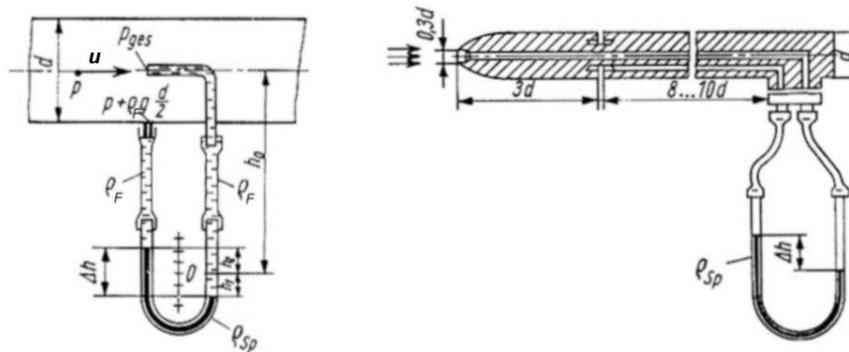


Abb. 4: Prinzip einer Staudruckmessung und technische Ausführung eines Staurohres (PRANDTL-Rohr)

Für experimentelle Zwecke wird das PRANDTLsche Staurohr (Abb. 4 rechts) verwendet. Die geometrischen Verhältnisse eines PRANDTLschen Staurohres beruhen auf Erfahrungswerten, die einen Kompromiss zwischen Messgenauigkeit, Fehlereinflüssen und Störung der Strömung darstellen.

PITOT-Rohr und PRANDTLsches Staurohr sind berührungsbehaftete Messelemente, die die Strömung zumindest in ihrer Umgebung stören.

3. Versuchsaufbau

3.1. Versuchsstand

Der Versuchsstand (Abb. 5) besteht aus drei Teilen: einem Radiallüfter mit Strömungsgleichrichter und Düse, einem Gestell, auf welchem sich das Staurohr zur Untersuchung der Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse von Freistrahlen befindet und einem Präzisions-Schrägrohrmanometer. Der Freistrahle wird mit einer kreisförmigen Düse (Durchmesser $d_0 = 50 \text{ mm}$) am Austritt der Gleichrichterstrecke des Radiallüfters erzeugt.

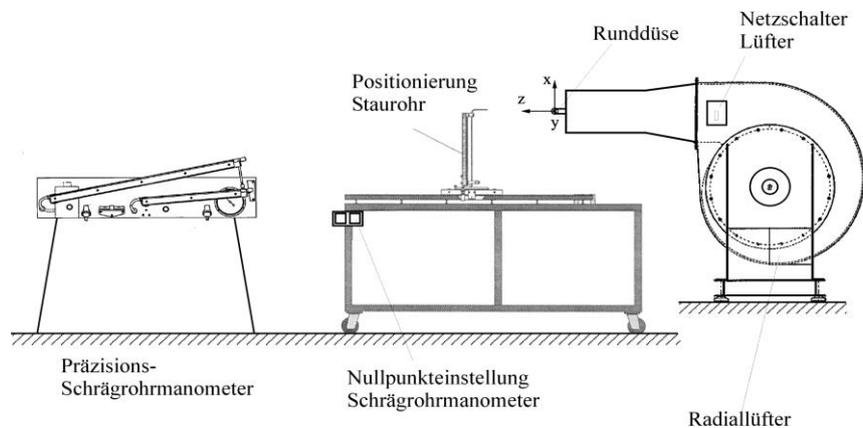


Abb. 5: Übersicht über die Anlage "Luftströmungen"

Die Drehzahl des Lüfters kann mittels einer Thyristorsteuerung eingestellt werden, so dass verschiedene Austrittsgeschwindigkeiten bzw. Volumenströme an der Düse realisiert werden können.

Die Geschwindigkeiten werden aus den Ergebnissen einer Gesamtdruck- und statischen Druckmessung entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 2.2. ermittelt.

Mit der Messeinrichtung für den Freistrah (Abb. 6) ist es möglich, das dreidimensionale Druck- bzw. Geschwindigkeitsfeld und somit die Ausbildung des Freistrahles zu messen. Ein in z-Richtung verschiebbarer Wagen läuft auf Schienen und ist mit einer Rändelschraube (2) arretierbar. Auf ihm ist ein zweites, in y-Richtung bewegliches Gleitstück gelagert, das mit einer Rändelschraube (7) arretiert werden kann. Auf dem Gleitstück befindet sich eine Säule (5), an der das PRANDTL-Rohr in x-Richtung bewegt werden und mit einer Rändelschraube (3) arretiert werden kann. In allen drei Richtungen sind mm-Skalen angebracht, an denen die Positionen des Messrohres in den drei Raumrichtungen x, y und z abgelesen werden kann. Das Messrohr selbst ist zur Messung der Drücke (Gesamtdruck, statischer Druck) mit einem Präzisions-Schrägrohrmanometer verbunden.

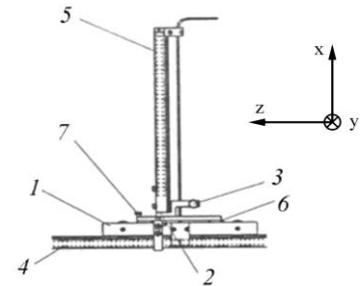


Abb. 6: Freistrah-Messeinrichtung

3.2. Präzisions-Schrägrohrmanometer

Die theoretischen Grundlagen zur Druckmessung wurden im Abschnitt 2.2. (Druck- und Geschwindigkeitsmessungen) erläutert. Die Messung des statischen und Gesamtdruckes erfolgt am Versuchsstand mit einem Präzisions-Schrägrohrmanometer. Der prinzipielle Aufbau sowie die wichtigsten Bedienelemente des Schrägrohrmanometers sind in Abb. 7 dargestellt. Das Manometer besteht im Wesentlichen aus zwei schrägen und in ihrer Neigung veränderlichen Mikro-

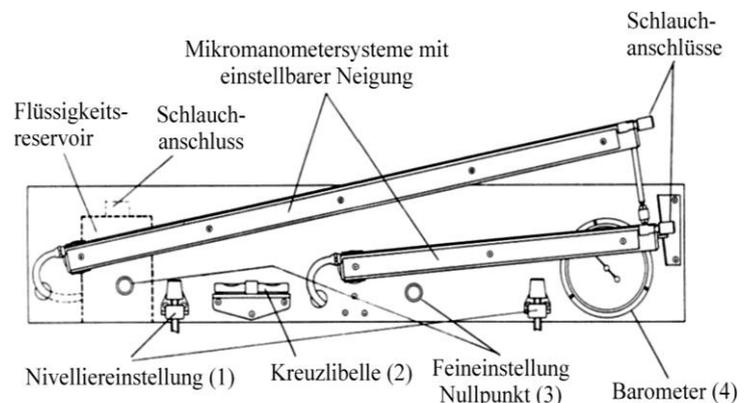


Abb. 7: Aufbau des Präzisions-Schrägrohrmanometers

romanometerrohren, in denen sich die Manometerflüssigkeit ($\rho_{sp} = 784 \text{ kg/m}^3$) befindet. An dem kurzen Schenkel wird der statische Druck in der Strömung gemessen, der lange Schenkel dient zur Messung des Gesamtdruckes. Der Messbereich der beiden Schrägrohrmanometer wird durch deren Länge und Neigung bestimmt. Der an den Skalen abgelesene Druck muss in Abhängigkeit von der Neigung mit einem Faktor multipliziert werden. Die entsprechenden Faktoren können einer Tabelle entnommen werden, die sich im Deckel des Manometers befindet. Vor den Messungen muss das Manometer mit den Nivellierschrauben (1) unter Berücksichtigung der Anzeige der Kreuzlibelle (2) nivelliert werden. Anschließend ist für beide Manometer der Nullpunkt an den beiden Manometereinregelungsventilen, die sich am Gestell befinden, eingestellt werden. Dazu ist der Einstellknopf jeweils von READ auf ZERO zu stellen. Anschließend kann mit der Feineinstellung (13) am Manometer der Nullpunkt justiert werden. Anschließend wird der Einstellknopf wieder auf READ gestellt. *Nach jeder Änderung des Neigungswinkels muss der Nullpunkt erneut eingestellt werden.*

Für Luft unter Standardbedingungen ($T = 20^\circ\text{C}$, $p_{atm} = 1013.25 \text{ hPa}$, $\rho_{L,20^\circ\text{C}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\varphi_{hum,rel} = 0.55$) gilt bei sehr kleinen statischen Drücken nach Gl. (8) die Beziehung

$$u = K_M \sqrt{p_{ges} - p_{statisch}}; \quad K_M = 1.291 \sqrt{\frac{m^3}{kg}}, \quad p = Pa, \quad u = \frac{m}{s} \quad (10)$$

Weichen die aktuellen Bedingungen von den Standardbedingungen ab, muss eine entsprechende Korrektur der Strömungsgeschwindigkeit nach der Beziehung

$$u = 1.291 \sqrt{\frac{m^3}{kg}} \sqrt{\frac{1013.25 \text{ hPa}}{p_{atm}} \cdot \frac{T + 273.15 \text{ K}}{293.15 \text{ K}} \cdot \frac{10^5 \text{ Pa}}{10^5 \text{ Pa} + p_{statisch}} \cdot (p_{ges} - p_{statisch})} \quad (11)$$

erfolgen. Die Größen haben die Bedeutung

- Strömungsgeschwindigkeit u in m/s
- Temperatur T der Luft in $^{\circ}C$
- atmosphärischer Druck p_{atm} in hPa
- statischer Druck $p_{statisch}$ in Pa
- Gesamtdruck p_{ges} in Pa

Es ist also notwendig, vor dem Versuch die Lufttemperatur im Strahl (!) und den Luftdruck zu ermitteln.

4. Versuchsdurchführung

1. Bestimmen Sie anhand visueller Beobachtungen unter Nutzung des Nebelgerätes den qualitativen Verlauf der Strahlkonturen für die kreisrunde Strahlaustrittsöffnung³.
2. Messen Sie mit einem PRANDTLschen Staurohr die statischen Drücke $p_{statisch}(x=0, y=0, z)$, die Gesamtdrücke $p_{ges}(x=0, y=0, z)$ und die Geschwindigkeiten $u(x=0, y=0, z)$ entlang der Strahlachse z im ungedrosselten kreisrunden Freistrahle entsprechend den Vorgaben in Tabelle 2. Beachten Sie, dass eine Veränderung der Messbereiche der beiden Schrägrohrmanometer notwendig sein kann.
3. Ermitteln Sie die radiale Druckverteilung $p_{ges}(x=0, y, z_i)$ bzw. $p_{statisch}(x=0, y, z_i)$ und die radiale Geschwindigkeitsverteilung $u(x=0, y, z_i)$ auf der y -Achse für fünf verschiedene Lauflängen z_i des Strahles nach den Vorgaben in Tabelle 3. Beachten Sie, dass eine Veränderung der Messbereiche der beiden Schrägrohrmanometer notwendig sein kann.
4. Bestimmen Sie die Länge der Kernzonen l_K für vier verschiedene Strahlaustrittsgeschwindigkeiten nach den Vorgaben in Tabelle 4 durch Messung der Kerngeschwindigkeit mit dem PRANDTLschen Staurohr. Stellen Sie hierzu für den Radiallüfter die entsprechenden Lüfterfrequenzen ein. Bestimmen Sie den Volumenstrom aus der Geschwindigkeit der Kernströmung am Düsenaustritt.

5. Versuchsauswertung

1. Ermitteln Sie die Kernzonenlänge l_k für den ungedrosselten runden Freistrahle und bestimmen Sie daraus den Turbulenzgrad.

³ Der verwendete Nebel ist laut Zertifikat gesundheitlich unbedenklich.

2. Stellen Sie die gemessenen Geschwindigkeitsprofile grafisch dar. Bestimmen Sie anhand der grafischen Darstellung $u(x=0, y, z) \equiv u(r, \varphi=0, z) = f(r, \varphi=0, z)$ die Strahlkontur und die Kontur der Kernzone für den Freistrah⁴.
3. Überprüfen Sie die Affinität der gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen für die Lauflängen $z = 50 \text{ cm}$, $z = l_k$, $z = 80 \text{ cm}$ und $z = 100 \text{ cm}$. Normieren Sie hierzu bei jeweils konstantem z die Geschwindigkeiten $u(r, \varphi=0, z = \text{const.})$ mit der entsprechenden maximalen Geschwindigkeit $u_{0z} = u(r=0, \varphi=0, z = \text{const.})$ und die Radien r mit dem dazugehörigen äußeren Strahlradius $r_s(z) = \frac{1}{2}d_{sz}$. Stellen Sie die normierten Profile $u/u_{0z} = f(r/r_{sz})$ für die genannten Lauflängen in einem gemeinsamen Diagramm dar.
4. Ermitteln Sie näherungsweise die Massenströme $\dot{m}(z)$ und die Impulsströme $\dot{I}_z(z)$ aus den bei $z = 1 \text{ cm}$, $z = 50 \text{ cm}$ und $z = 80 \text{ cm}$ gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen $u(r, \varphi=0, z)$. Nutzen Sie hierzu bekannte numerische Methoden.
5. Bestimmen Sie die charakteristischen Verhältnisse r_{sz}/r_0 , \dot{m}_z/\dot{m}_0 und u_{0z}/u_0 für die Lauflängen $z = 30 \text{ cm}$, $z = 50 \text{ cm}$ und $z = 80 \text{ cm}$ und vergleichen Sie diese Ergebnisse mit den in Tabelle 1 angeführten theoretischen Beziehungen.
6. Bestimmen Sie die Länge der Kernzone l_k sowie den Turbulenzgrad T für vier verschiedene Luftvolumenströme.
7. Tragen Sie die Kernzonenlänge l_k als Funktion der Austrittsgeschwindigkeit bzw. Austritts-REYNOLDSzahl auf und interpretieren Sie die gefundenen Abhängigkeiten.
8. Schätzen Sie die Fehler für die Messung des Druckes und, hieraus resultierend, für die berechneten Geschwindigkeiten ab.

6. Literatur

- Spurk, J. H., Strömungslehre, Springer-Verlag, 1996
- Becker, E., Technische Strömungslehre, Teubner, 1993

⁴ Unter der Voraussetzung der Rotationssymmetrie des Freistrahles kann die y-Koordinate als r-Koordinate (Radius) angesehen werden.

Tabelle 4: Länge der Kernzone

f_L (Hz) →	50	37.5	25	12.5
p_{stat} [Pa]				
p_{ges} [Pa]				
u_0 [m/s]				
\dot{V} [m ³ /s]				
l_k [cm]				