



## Praktikum "Experimentelle Strömungsmechanik"

### Versuch S7: Widerstands- und Auftriebsbeiwerte eines Tragflügels

#### Inhalt

<b>1. Aufgabenstellung</b> .....	<b>3</b>
<b>2. Theoretische Grundlagen</b> .....	<b>3</b>
2.1. Strömungsmechanische Grundlagen .....	3
2.1.1. Einführung .....	3
2.1.2. Bezeichnungen am Tragflügel .....	5
2.1.3. Ursachen des Auftriebs an Tragflügeln .....	6
2.1.4. Ermittlung der Druckverteilung, der Auftriebskraft und des Auftriebsbeiwertes .....	7
2.2. Messtechnische Grundlagen .....	7
2.2.1. Dichte der Luft .....	7
2.2.2. Statischer Druck und U-Rohr-Manometer .....	8
2.2.3. Gesamtdruck und Strömungsgeschwindigkeit – PITOT-Rohr .....	9
2.2.4. Staudruck und Strömungsgeschwindigkeit – PRANDTLsches Staurohr .....	9
2.2.5. Statischer Druck und 20-fach-Schrägrohrmanometer .....	10
<b>3. Versuchsaufbau</b> .....	<b>11</b>
3.1. Untersuchung der Kernzonenlänge und der Geschwindigkeitsverteilung des quadratischen Freistrahls .....	11
3.2. Untersuchung der Auftriebs- und Widerstandskräfte an einem Tragflügelprofil .....	11
3.3. Ermittlung der Druckverteilung auf der Oberfläche eines angeströmten Tragflügels .....	12
<b>4. Versuchsdurchführung</b> .....	<b>13</b>
4.1. Luftdruck und Temperatur .....	13
4.2. Kernzonenlänge und Austrittsgeschwindigkeitsprofil .....	13
4.3. Widerstands- und Auftriebskräfte bzw. –beiwerte an einem Tragflügel .....	13
4.4. Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche .....	14
<b>5. Versuchsauswertung</b> .....	<b>14</b>
5.1. Luft .....	14
5.2. Kernzonenlänge und Austrittsgeschwindigkeitsprofil .....	15
5.3. Widerstands- und Auftriebskräfte bzw. –beiwerte an einem Tragflügel .....	15
5.4. Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche .....	15
<b>6. Literatur</b> .....	<b>15</b>

**7. Anhang ..... 16**  
**8. Tabellen ..... 18**

## **1. Aufgabenstellung**

- a. Bestimmen Sie die Kernzonenlänge des quadratischen Freistrahls (theoretische Grundlagen finden Sie in der Anleitung zu Versuch S6) sowie die Geschwindigkeitsverteilung in 6 cm Entfernung von der quadratischen Düse in horizontaler Richtung.
- b. Bestimmen Sie die Widerstands- und Auftriebsbeiwerte eines Tragflügelprofils in Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit und dem Anstellwinkel ( $\alpha = -10^\circ \dots 30^\circ$ ).
- c. Bestimmen Sie die Druckverteilung an der Oberfläche eines Tragflügels in Abhängigkeit vom Anstellwinkel bei zwei Anströmgeschwindigkeiten und berechnen Sie daraus die Auftriebskraft und die Zirkulation.

## **2. Theoretische Grundlagen**

### **2.1. Strömungsmechanische Grundlagen**

#### **2.1.1. Einführung**

Umströmte Bauteile verursachen aufgrund ihrer Verdrängungswirkung eine Veränderung der räumlichen Geschwindigkeits- und Druckverteilung. Wegen der Wandhaftung des umströmenden Fluids tritt in Wandnähe, d. h. in einer dünnen wandnahen Schicht (Grenzschicht), ein Geschwindigkeitsgradient auf, der in Verbindung mit der dynamischen Viskosität des Fluids zu Tangentialspannungen, d. h. Wandschubspannungen bzw. Wandschubspannungsverteilungen führt. Beide Effekte, d. h. Druck- und Wandschubspannungsverteilungen, führen zu Strömungskräften auf den umströmten Körper, die entweder durch eine geeignete Lagerung (z. B. Brückenpfeiler, Fundamente) kompensiert werden müssen oder mit Gewichts-, Trägheits- oder Antriebskräften (z. B. bei Fahr- oder Flugzeugen) im Gleichgewicht stehen. Es ist üblich, diese Strömungskräfte in eine Komponente parallel (Widerstandskraft) und eine Komponente senkrecht zur Anströmrichtung (Auftriebskraft) zu zerlegen.

Die Widerstandskraft  $F_w$  wirkt parallel zur Anströmrichtung und tritt nur bei reibungsbehafteter Strömung auf (vgl. Abb. 2b). Sie ist z. B. bei Fahr- oder Flugzeugen für die Verlustleistung verantwortlich. So sind z. B. bei Flugzeugen, die mit 80%-iger Schallgeschwindigkeit (Mach 0.8: bei einer Lufttemperatur  $T = -50^\circ\text{C}$  ca.  $860\text{ km/h}$ ) fliegen, etwa 50% der Antriebsenergie (d. h. die Hälfte

des Treibstoffverbrauches) allein zur Kompensation des Reibungswiderstandes notwendig.

Der aus der Wandschubspannung resultierende Anteil der Widerstandskraft ist bei stumpfen Körpern meist geringer als der durch Ablösung der Grenzschicht hervorgerufene Druckanteil. Tritt eine Ablösung der Strömung auf, wird der Druckaufbau im Bereich der abgelösten Grenzschicht unterbunden, die kinetische Energie geht in Wirbel über und wird dissipiert.

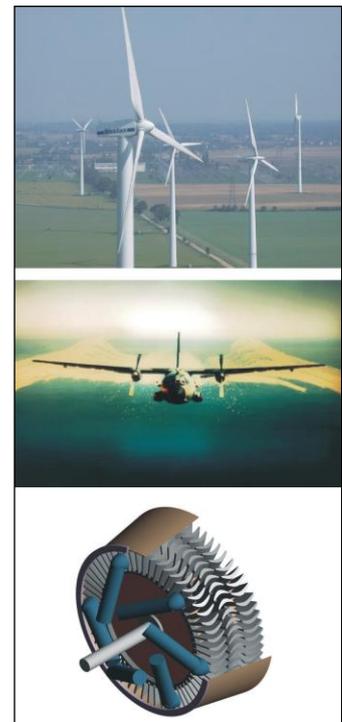
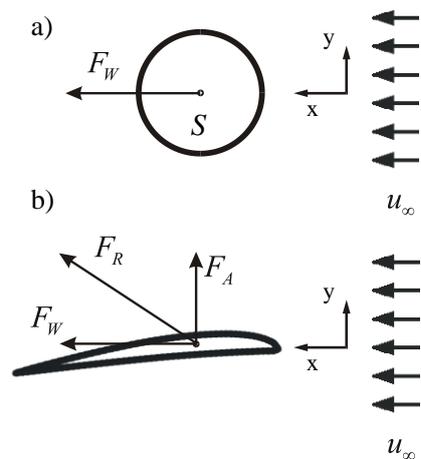


Abb. 1: Beispiele für die Anwendung von Tragflügeln

Die Auftriebskraft  $F_A$ <sup>1</sup> wirkt senkrecht zur Anströmrichtung. Sie wird durch die Druckverteilung auf der Oberfläche des umströmten Körpers hervorgerufen und tritt auch in der (idealisierten) reibungsfreien Strömung auf (vgl. Abb. 2). Bei ruhenden, zur Anströmrichtung symmetrischen Körpern tritt kein Auftrieb auf, wenn die Anströmung selbst homogen ist (vgl. Abb. 2a)<sup>2</sup>. Hingegen kann bei unsymmetrischen Körpern bzw. bei Körpern in unsymmetrischer Anströmung eine Auftriebskraft auftreten (vgl. Abb. 2b). Die Auftriebs- bzw. Widerstandskraft lassen sich dem Impulssatz entsprechend mit den Beziehungen



$$F_A = - \int_A (\rho - \rho_b) n_y dA + \int_A \tau_{wy} dA \quad (1)$$

$$F_W = - \int_A (\rho - \rho_b) n_x dA + \int_A \tau_{wx} dA \quad (2)$$

berechnen, wobei  $n_x$  und  $n_y$  die Normalenvektoren der Oberfläche des umströmten Körpers in Richtung der Koordinatenachsen,  $A$  die projizierte Fläche des Körpers (je nach Anwendungsfall verschieden<sup>3</sup>),  $\tau_{wi}$  die entsprechenden Komponenten der Tangentialspannungen auf der Körperoberfläche und  $\rho$  bzw.  $\rho_b$  der statische Druck auf der Oberfläche bzw. der barometrische Druck (Abb. 3) sind.

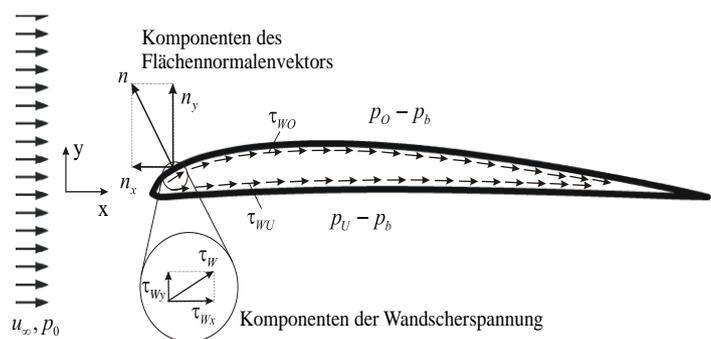


Abb. 3: Wandscherspannungen und Drücke am Tragflügel

Auftriebs- und Widerstandskraft lassen sich vektoriell zu einer resultierenden Kraft  $F_R$  addieren, die im so genannten Druckpunkt angreift.

Es ist sinnvoll, aus Ähnlichkeitsbetrachtungen resultierende dimensionslose Beiwerte für die Auftriebs- und Widerstandskraft mit  $u_\infty$  als ungestörte Anströmgeschwindigkeit einzuführen:

Auftriebsbeiwert:  $c_A = \frac{F_A}{\frac{\rho_F}{2} u_\infty^2 A} \quad (3)$

Widerstandsbeiwert:  $c_W = \frac{F_W}{\frac{\rho_F}{2} u_\infty^2 A} \quad (4)$

<sup>1</sup> Die Auftriebskraft ist eine dynamische Kraft und darf nicht mit der hydrostatischen Auftriebskraft eines festen Körpers in einer Flüssigkeit verwechselt werden.

<sup>2</sup> Rotiert hingegen ein Körper um seine Symmetrieachse, entsteht eine Auftriebskraft aufgrund der Geschwindigkeits- und damit Druckdifferenzen (Magnus-Effekt). Ein Beispiel für die Anwendung ist das Flettnersche Rotorschiff.

<sup>3</sup> Bei der Untersuchung von Tragflügeln wird für die Berechnung der Beiwerte die projizierte Fläche  $A$  in der x-z-Ebene verwendet, im Fahrzeugbau hingegen die projizierte Fläche senkrecht zur Anströmrichtung (y-z-Ebene).

Neben den Kräften wirkt zusätzlich noch ein Moment, da die resultierende Kraft im Allgemeinen nicht im Schwerpunkt des Körpers angreift<sup>4</sup>. Dieses Moment muss während des Fluges kompensiert werden. Hierzu dient z. B. bei Flugzeugen das Höhenleitwerk.

Die Zielgröße „Auftriebskraft“, die hier technisch von Interesse ist, ist je nach Anwendungsfall sehr unterschiedlich. Beim Flugzeug dient sie dazu, das Gewicht zu kompensieren und den Flug überhaupt erst zu ermöglichen. Bei schnellen Autos hingegen wirkt die Auftriebskraft mit negativem Vorzeichen (Abtriebskraft), erzeugt durch einen Spoiler, senkrecht zur Fahrbahn, um bei hohen Geschwindigkeiten den Kontakt der Reifen zur Fahrbahn aufrechterhalten zu können. Bei den immer häufiger anzutreffenden Windkraft- oder Meeresströmungsanlagen dient diese Kraft dazu, mittels zwei- oder mehrblättriger Rotoren ein Drehmoment an einem rotierenden Bauteil zu erzeugen, welches mit einem Generator zur Erzeugung elektrischer Energie gekoppelt ist. Bei Turbinen werden Schaufelräder eingesetzt, um die Bewegung eines axialen Gas- oder Flüssigkeitsstromes in eine Rotationsbewegung umzusetzen, bei Flugantrieben dient die Turbine zur Erzeugung eines Schubes aus einer durch die Verbrennung erzeugten Rotationsbewegung des Rotors.

Eines der wichtigsten und derzeit effektivsten Bauteile, bei dem die Auftriebskraft ausgenutzt wird, ist der Tragflügel. Ausgewählte strömungsmechanische Eigenschaften des Tragflügels sind Gegenstand des Versuches.

### 2.1.2. Bezeichnungen am Tragflügel

Zum Verständnis der Vorgänge bei der Umströmung eines Tragflügels werden einige wichtige Bezeichnungen eingeführt:

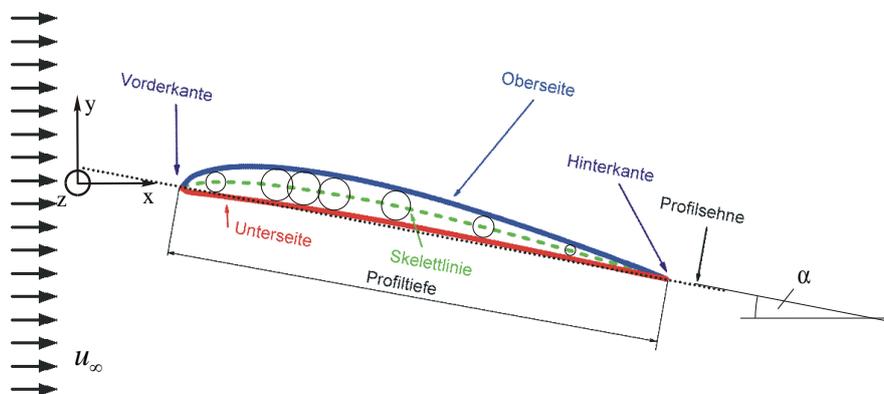


Abb. 4: Bezeichnungen am ebenen Tragflügel

- Skelettlinie: Verbindungslinie der Mittelpunkte aller das Profil bildenden Kreise
- Profilsonnenlinie: Verbindungslinie der Vorder- und Hinterkante des Profils
- Profiltiefe  $l$ : Abstand Vorderkante-Hinterkante des Profils (parallel zur Profilsonnenlinie)
- Profilbreite  $b$ : Abmessung des Profils in der indifferenten  $z$ -Richtung
- Profilfläche  $A$ : projizierte Fläche des Profils  $A = b \cdot l$
- Anstellwinkel  $\alpha$ : Winkel zwischen der Richtung der Anströmung und der Profilsonnenlinie
- Druckpunkt  $D$ : Angriffspunkt der resultierenden Luftkraft

<sup>4</sup> In diesem Versuch wollen wir das Moment nicht untersuchen.

### 2.1.3. Ursachen des Auftriebs an Tragflügeln

Wird ein unsymmetrisches (Tragflügel-) Profil von einer Parallelströmung angeströmt (Abb. 5a), werden die Fluidschichten in der Nähe des Profils, d. h. in einer wandnahen Grenzschicht, aufgrund der Reibung stark abgebremst. Dieser Effekt ist wegen der vom Fluid zurückgelegten größeren Weglänge an der Oberseite stärker. Dies führt dazu, dass unmittelbar hinter dem Profil größere Geschwindigkeitsunterschiede zwischen benachbarten Fluidschichten auftreten. Aufgrund dessen entsteht an der Hinterkante ein Wirbel (Anfahrwirbel, hier nicht dargestellt), der entgegen dem Uhrzeigersinn<sup>5</sup> rotiert. Nach dem Satz von der Erhaltung des Drehimpulses (Gesamtdrehimpuls des umströmenden Fluids bleibt erhalten) muss zu diesem Wirbel ein entsprechender Gegenwirbel (gebundener Wirbel) existieren, der um den Tragflügel im Uhrzeigersinn rotiert (Abb. 5b).

Die Zirkulation

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s}, \quad (5)$$

die das Umlaufintegral über eine geschlossene Kurve C (hier die Kontur der Tragflügeloberfläche) mit dem Linienelement  $d\mathbf{s}$  darstellt, ist ein Maß für die Wirbelstärke des Geschwindigkeitsfeldes. Man kann zeigen, dass zwischen der Zirkulation und der Auftriebskraft die einfache Beziehung (Kutta-Jukowski'sche Auftriebsformel):

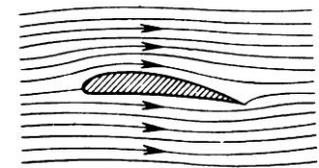
$$F_A = -\rho_f u_\infty b \Gamma \quad \text{bzw.} \quad c_A = -\frac{2b\Gamma}{u_\infty A} \quad (6)$$

mit  $\rho_f$  als Fluidichte besteht. Die Zirkulationsströmung des Gegenwirbels um das Tragflächenprofil wird durch die Parallelströmung überlagert, so dass an der Hinterseite im Gegensatz zur Parallelströmung ohne Zirkulation eine glatte Abströmung erfolgt (Abb. 5c, Kuttasche Abströmbedingung). Die Steigung der Tangente der Staustromlinie an der Hinterkante entspricht folglich dem Winkel der Skelettlinie an der Hinterkante.

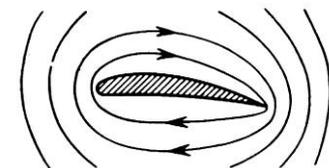
Die Überlagerung führt dazu, dass an der Oberseite des Tragflügels eine höhere Geschwindigkeit auftritt als an der Unterseite. Aus der Bernoulli-Gleichung folgt, dass eine Erhöhung der Geschwindigkeit der Strömung mit einer Abnahme des Druckes in der Strömung verbunden ist. Somit herrscht an der Oberseite des Tragflügels ein geringerer Druck als an der Unterseite. Die aus diesem Druckunterschied resultierende Kraft verursacht den Auftrieb.

Die Überlagerung einer Parallel- mit einer Zirkulationsströmung ist entgegen der oft anzutreffenden anderen Begründungen für das Auftreten von Auftrieb (Luft wird an der Unterseite nach unten abgelenkt und überträgt deshalb einen Impuls; Luft strömt auf der längeren Oberseite schneller als an der kürzeren Unterseite, weil Fluidteilchen, die sich vor dem Tragflügel auf benachbarten, die Ober- bzw. Unterseite umlaufenden Stromlinien befunden haben, gleichzeitig die Hinterkante erreichen müssen) die richtige Erklärung für die Erzeugung des Auftriebes.

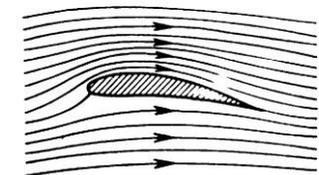
An den Enden einer Tragfläche entstehen zusätzliche Wirbel (Randwirbel), die durch den Druckausgleich zwischen Unter- und Oberseite des Tragflügels verursacht werden.



a. Parallelströmung ohne Zirkulation



b. Zirkulationsströmung



c. Parallelströmung mit Zirkulation und glatter Abströmung an der Hinterkante

Abb. 5: Ebene Tragflügelumströmung

<sup>5</sup> Die Bezeichnungen für die Zirkulationsrichtungen beziehen sich auf Abb. 5.

### 2.1.4. Ermittlung der Druckverteilung, der Auftriebskraft und des Auftriebsbeiwertes

Die Messung der Druckverteilung auf den Oberflächen umströmter Körper wird im Wesentlichen aus Gründen der Konturoptimierung und des Ablöseverhaltens der Strömung untersucht. Für technische Zwecke ist es ausreichend, an der Oberfläche des Körpers eine ausreichende Anzahl von Druckbohrungen anzubringen, mit denen der statische Druck an der Oberfläche gemessen wird (vgl. Abschnitt 2.2.1. ).

Die Schubspannungen auf der Oberfläche des Körpers tragen zur Auftriebskraft meist nur unwesentlich bei, sie bestimmen hauptsächlich die Widerstandskraft. Somit kann die Auftriebskraft bzw. der Auftriebsbeiwert aus der Druckverteilung auf der Körperoberfläche ohne wesentlichen Fehler durch numerische Integration bestimmt werden. Bei gekrümmten Oberflächen, wie sie bei einem Tragflügel vorliegen, wird die Auftriebskraft  $F_A$  durch Integration der Druckverteilung über die Projektionsflächen der Ober- und Unterseite in der  $x$ - $z$ -Ebene bestimmt. Unter Berücksichtigung der Orientierung der relevanten Projektionsflächen<sup>6</sup> (Oberseite:  $n_{yO}dA_O = dA_{Oy} = b dx$ , Unterseite:  $n_{yU}dA_U = dA_{Uy} = -b dx$ ) kann aus Gl. (1) mit der statischen Druckverteilung an der Oberseite  $p_O(x) - p_b$  und Unterseite  $p_U(x) - p_b$  sowie  $dA = b dx$  unter Vernachlässigung des Wandschubspannungseinflusses durch Integration die resultierende Auftriebskraft berechnet werden:

$$F_A = -b \int_0^l (p_O(x) - p_b) dx + b \int_0^l (p_U(x) - p_b) dx = b \int_0^l (p_U(x) - p_O(x)) dx \quad (7)$$

Das Integral ist im Rahmen des Versuches numerisch auszuwerten (vgl. Versuche S5 und S6 und die Ausführungen in Abschnitt 3.3. ).

## 2.2. Messtechnische Grundlagen

Drücke und Geschwindigkeiten in Strömungen werden mit verschiedenen Sonden gemessen. Die Art der Sonde hängt von der Art des zu messenden Druckes (statischer Druck, Staudruck, Gesamtdruck) bzw. der zu messenden Geschwindigkeit (mittlere Geschwindigkeit, lokale Geschwindigkeit, Größe und Richtung der Geschwindigkeit usw.) ab. Für die Messung von Volumenströmen werden standardisierte Düsen oder Blenden verwendet. Volumenströme können auch durch numerische Integration des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofils für einen konkreten Strömungsquerschnitt ermittelt werden.

### 2.2.1. Dichte der Luft

Die Dichte der Luft  $\rho_F$  wird aus den aktuellen Werten des barometrischen Luftdrucks  $p_b$  (Pa), der aktuellen Lufttemperatur  $T_L$  (°C) und der Gaskonstanten für feuchte Luft  $R_{ha}$  nach der Gleichung

$$\rho_F = \frac{p_b}{R_{ha} \cdot (T + 273.15^\circ\text{C})} \quad (8)$$

berechnet. Den Wert der Gaskonstanten  $R_{ha}$  erhalten wir aus der Gleichung

---

<sup>6</sup> Die Veränderung der Projektionsflächen bei Änderung des Anstellwinkels soll bei den Betrachtungen vernachlässigt werden.

$$R_{ha} = \frac{R_{da}}{1 - \left( \frac{\varphi \cdot p_{sat}}{p_b} \right) \cdot \left( 1 - \frac{R_{da}}{R_v} \right)} \quad (9)$$

Hierin sind die Gaskonstante für Wasserdampf  $R_v = 461.523 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , die Gaskonstante für trockene Luft  $R_{da} = 287.058 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , die relative Feuchte der Luft  $\varphi$  (diese nehmen wir mit 0.6 an!), und der Sättigungsdampfdruck des Wassers  $p_{sat}$ . Der Sättigungsdampfdruck von Wasser in Luft wird mit Hilfe der Magnus-Formel berechnet, die ausreichend genaue Ergebnisse für die vorliegenden Bedingungen liefert:

$$p_{sat} = k_1 \cdot e^{\frac{k_2 T_L}{k_3 + T_L}} \quad (10)$$

Die darin auftretenden Konstanten haben die Werte  $k_1 = 611.2 \text{ Pa}$ ,  $k_2 = 17.62$  und  $k_3 = 243.12 \text{ }^\circ\text{C}$ . In den Gleichungen (8) - (10) sind der barometrischer Luftdruck in  $\text{Pa}$  und die Lufttemperatur in  $^\circ\text{C}$  einzusetzen. Der aktuelle Luftdruck ist am LAMBRECHT-Barometer Raum C 2.06), die Lufttemperatur und die relative Luftfeuchtigkeit am Messinstrument im Raum C 2.31 abzulesen.

### 2.2.2. Statischer Druck und U-Rohr-Manometer

Die Messung des statischen Druckes erfolgt mit Wandbohrungen bzw. mit Sonden, die *senkrecht* zur Strömungsrichtung Bohrungen oder Schlitze besitzen. Für den statischen Druck erhalten wir mit den Bezeichnungen in Abb. 6 die Beziehung

$$\begin{aligned} p_{statisch} &= p - p_b \\ &= g \left[ \rho_{sp} \Delta h - \rho_F (h_0 + h_2) \right] \\ &= \rho_{sp} g \left[ \Delta h - \frac{\rho_F}{\rho_{sp}} (h_0 + h_2) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

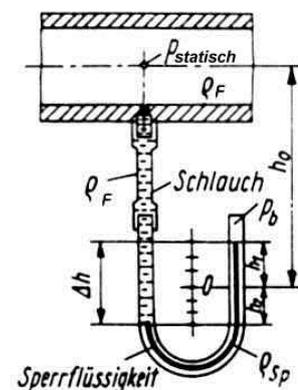


Abb. 6: Prinzip der Messung des statischen Druckes

Zu beachten ist bei der Messung in geschlossenen Systemen (z. B. Rohren), dass bei Anordnung des Manometers um  $h_0$  unterhalb der Rohrachse ein um  $p = \rho_F g h_0$  zu hoher Druck gemessen wird. Dies ist insbesondere bei Strömungen von Flüssigkeiten zu berücksichtigen. Die Größe  $p_b$  ist der barometrische Druck.

Da mit Luft als strömendem Fluid gearbeitet wird und die Dichte der Luft wesentlich kleiner als die Dichte der Sperrflüssigkeit Wasser ( $\rho_F \ll \rho_{sp}$ ) ist, vereinfacht sich Gl. (11) für den statischen Druck:

$$p_{statisch} = \rho_{sp} g \Delta h \quad (12)$$

### 2.2.3. Gesamtdruck und Strömungsgeschwindigkeit – PITOT-Rohr

Mit einem Staurohr (PITOT-Rohr) können wir den Gesamtdruck, der sich aus dem statischen Druck und dem Staudruck zusammensetzt messen. Eine Sonde wird gemäß Abb. 7 mit seiner Öffnung entgegen der Anströmrichtung in der Strömung angeordnet. Das Fluid staut sich wegen der in einem Manometer befindlichen Sperrflüssigkeit in der Öffnung des PITOT-Rohres. In einiger Entfernung vor dem Rohr herrschen die ungestörte lokale Geschwindigkeit  $u$  und der Druck  $p$ . Bis zur Öffnung des Rohres wird die Geschwindigkeit auf den Wert Null verzögert. Hierdurch kommt es entsprechend der BERNOULLI-Gleichung zu einem Druckanstieg  $\rho_F u^2 / 2$ , da die kinetische Energie der Strömung verlustfrei in Druckenergie umgesetzt wird. Der an der Öffnung des PITOT-Rohres vorhandene Gesamtdruck ist somit

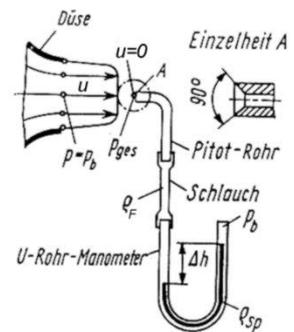


Abb. 7: Prinzip der Gesamtdruckmessung mittels PITOT-Rohr

$$p_{ges} = p_b + \frac{\rho_F}{2} u^2 \quad (13)$$

Der statische Druck entspricht in diesem Fall dem barometrischen Druck  $p_b$ . Hieraus erhalten wir eine Beziehung zur Berechnung der lokalen mittleren Strömungsgeschwindigkeit:

$$u = \sqrt{2 \frac{p_{ges} - p_b}{\rho_F}} = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho_F}} = \sqrt{2 \frac{\rho_{sp}}{\rho_F} g \Delta h} \quad (14)$$

### 2.2.4. Staudruck und Strömungsgeschwindigkeit – PRANDTLsches Staurohr

Im PRANDTLschen Staurohr (Abb. 8) werden die beiden Methoden zur Messung des statischen und Gesamtdruckes kombiniert, so dass man in der Lage ist, den Staudruck als Differenz zwischen dem Gesamtdruck und dem statischen Druck zu messen. Im Gegensatz zur Messung des statischen Druckes ist die Lage des Manometers bezüglich des Messortes ohne Belang, da beide Messleitungen mit dem gleichen Fluid gefüllt sind.

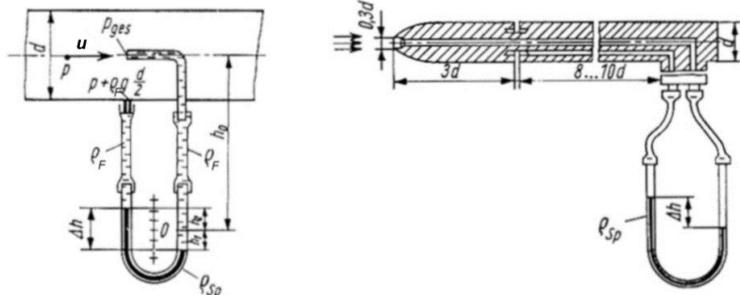


Abb. 8: Prinzip einer Staudruckmessung und technische Ausführung als PRANDTLsches Staurohres

Mit den Bezeichnungen aus Abb. 8 folgt für den Druck in Höhe des rechten Meniskus der Sperrflüssigkeit im Gleichgewicht

$$\underbrace{p + \rho_F g(h_0 - h_2)}_{\text{linke Säule}} + \rho_{sp} g(h_1 + h_2) = \underbrace{p_{ges} + \rho_F g(h_0 + h_1)}_{\text{rechte Säule}} \quad (15)$$

Mit Gl. (13) und  $p$  als statischem Druck<sup>7</sup> im zu messenden Fluid sowie  $\Delta h = h_1 + h_2$  erhalten wir

$$\frac{\rho_F}{2} u^2 = p_{ges} - p = \Delta p = (\rho_{sp} - \rho_F) \cdot g \cdot \Delta h \quad (16)$$

<sup>7</sup> Hierin liegt der Unterschied zum PITOT-Rohr, bei dem der barometrische Druck auftritt.

bzw. für die *mittlere lokale Geschwindigkeit* mit  $k_{NV} = 1$  (Faktor, der die Neigung des Manometers berücksichtigt: hier senkrechte Positionierung)

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot k_{NV}}{\rho_F}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h \cdot k_{NV} \left( \frac{\rho_{Sp}}{\rho_F} - 1 \right)} \quad (17)$$

Zur Messung von Differenzdrücken können neben den in den vorherigen Kapiteln beschriebenen U-Rohr-Manometern auch modifizierte U-Rohr-Manometer wie z. B. das Betz-Manometer benutzt werden, um die Genauigkeit der Druckmessungen deutlich zu erhöhen. Das Betz-Manometer nach Abb. 9 dient zur genauen Messung von Absolut- oder Differenzdrücken. Es besteht im Wesentlichen aus einem geschlossenen Flüssigkeitsreservoir (Sperrflüssigkeit: Wasser), in das ein Steigrohr eintaucht. Im Steigrohr befindet sich auf der Flüssigkeitsoberfläche ein Schwimmer, an welchem ein Glasstab mit eingetzter Druckskala hängt. Druckänderungen im Reservoir ( $p_1$ ) oder Steigrohr ( $p_2 < p_1$ ) führen zu einer Änderung der Flüssigkeitshöhe im Reservoir und auch im Steigrohr und somit zu einer vertikalen Verschiebung der Glasskala. Der dem (Differenz-)Druck entsprechende Wert auf der Skala wird auf eine Mattscheibe projiziert und kann direkt bzw. nach Kalibrierung auch an einer elektronischen Anzeige abgelesen werden.

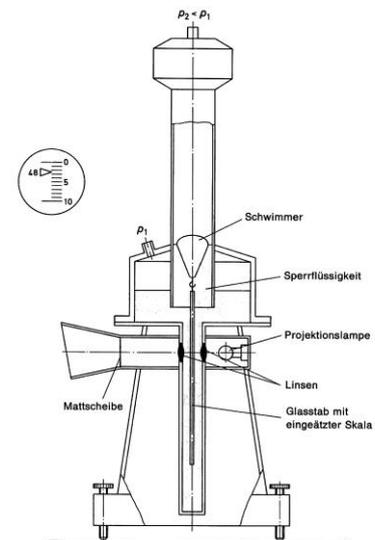


Abb. 9: Betz-Manometer

### 2.2.5. Statischer Druck und 20-fach-Schräghrohrmanometer

Zur Messung der statischen Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche wird ein 20-fach-Schräghrohrmanometer benutzt. Gegenüber einem senkrecht stehenden U-Rohrmanometer hat dieses Gerät den Vorteil, dass durch die Neigung der Messbereich verändert und die Messgenauigkeit verbessert werden können. Bei der Anwendung von Schräghrohrmanometern ist zu beachten, dass das Neigungsverhältnis (z. B.  $k_{NV} = 1:2, 1:5, 1:10$ ) bzw. der Neigungswinkel  $\beta$  des Manometers in die Berechnung des entsprechenden statischen Druckes eingehen müssen (vgl. Gl. (17)). Die hydrostatisch wirksame Länge  $\Delta h$  der Flüssigkeitssäulen berechnet sich aus der Differenz der gemessenen Längen der Flüssigkeitssäulen  $h$  der entsprechenden Druckmessstellen und der Referenzsäule  $h_{Ref}$  für den Umgebungsdruck sowie dem Neigungsverhältnis  $k_{NV}$  bzw. dem Neigungswinkel  $\beta$  des Schräghrohrmanometers:

Neigungswinkel  $\beta$  : gemessen (18)

hydrostatisch wirksame Länge:  $\Delta h = (h_{Ref} - h) k_{NV} = (h_{Ref} - h) \sin \beta$  (19)

Hieraus wird der statische Druck nach Gl. (12) berechnet:

$$p_{stat} = \rho_{Sp} \cdot g \cdot \Delta h \quad (12)$$

### **3. Versuchsaufbau**

Der Versuchsstand "Tragflügelumströmung" (Abb. 10 auf S. 16) besteht im Wesentlichen aus drei Teilen: einem Radiallüfter zur Erzeugung des Luftstroms, dem zu untersuchenden Objekt sowie den notwendigen Messeinrichtungen für Geschwindigkeiten und Kräfte.

An die Druckseite des Radiallüfters ist eine strömungsoptimierte Düse angeschlossen, die den rechteckförmigen Austrittsquerschnitt des Lüfters in einen quadratischen Querschnitt bei gleichzeitiger Vergleichmäßigung des Strömungsfeldes transformiert. Der Antrieb des Radiallüfters ist elektrisch mit einem Schaltkasten verbunden, der einen Drehzahlregler und einen Not-taster enthält. Eine Variation der Drehzahl des Lüfters, die über den Drehzahlregler erfolgen kann, führt zu einer Variation der Austrittsgeschwindigkeit der Luft aus der Düse.

Die Messung des Staudruckes auf der Strahlachse am Düsenaustritt erfolgt mit einem Prandtl-schen Staurohr in Verbindung mit einem Betz-Manometer. Aus dem Staudruck kann die (mittlere) lokale Ausströmgeschwindigkeit aus der Düse bzw. die (mittlere) lokale Geschwindigkeit im Freistrahls berechnet werden.

In die Kernzone des rechteckförmigen Freistrahls wird der zu untersuchende Tragflügel eingebracht. Die Neigung des Tragflügels gegenüber der Anströmrichtung kann verändert werden. Die am Tragflügel angreifenden Kräfte werden mit einer Zweikomponenten-Kraft-Messeinrichtung gemessen. Des Weiteren gehört zum Versuchsstand eine 20-fach-Schrägrohrmanometerbatterie zur Messung der statischen Drücke auf der Oberfläche, d. h. Ober- und Unterseite des Tragflügels.

#### **3.1. Untersuchung der Kernzonenlänge und der Geschwindigkeitsverteilung des quadratischen Freistrahls**

Die Messung der Länge der Kernzone, in der die Geschwindigkeit noch der Düsenaustrittsgeschwindigkeit entspricht, erfolgt auf der Strahlachse, d. h. in Abhängigkeit von der Entfernung  $x$  vom Düsenaustritt bei  $y=0$  und  $z=0$  (vgl. Abb. 10 auf S. 16). Ziel ist es festzustellen, wie lang die Kernzone des quadratischen Freistrahles ist und in welcher Entfernung vom Düsenaustritt die Tragflügelmodelle positioniert werden müssen.

Ziel der Messung der Geschwindigkeitsverteilung am Austritt der quadratischen Düse ist es festzustellen, ob dort nahezu ein Blockprofil, d. h. eine bis auf den Randbereich nahezu konstante Geschwindigkeit vorhanden ist und bis zu welcher Entfernung von Düsenaustritt das Blockprofil näherungsweise existiert. Eine symmetrische Anströmung des Tragflügelprofils ist Voraussetzung für die Ermittlung der Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte. Der Tragflügel muss bei den folgenden Versuchen so positioniert werden, dass er innerhalb der Kernzone gleichmäßig angeströmt wird. Die Staudruckverteilung wird in horizontaler  $z$ -Richtung (vgl. Abb. 4), d. h. senkrecht zur Düsenachse an der Stelle  $x = 6 \text{ cm}$  gemessen.

Die Geschwindigkeiten werden über die Messung des Staudruckes mit einem Prandtl'schen Staurohr (vgl. Abschnitt 2.2.4. ) bestimmt. Aus den Staudrücken kann mit Gl. (17) die mittlere lokale Geschwindigkeit berechnet werden. Da die Strömungsgeschwindigkeiten deutlich unter  $70 \text{ m/s}$  liegen, kann die Luft als inkompressibles Fluid betrachtet werden. Die vorhandene Dichte der Luft wird aus dem aktuellen Luftdruck und der aktuellen Temperatur nach Gln. (8) bis (10) berechnet.

#### **3.2. Untersuchung der Auftriebs- und Widerstandskräfte an einem Tragflügelprofil**

Die Auftriebs- und Widerstandskräfte, die durch die Anströmung des Tragflügels induziert werden, werden mit einer 2-Komponenten-Kraft-Messeinrichtung gemessen. Diese Mess-

einrichtung besteht aus zwei Biegebalken, die die auf den Tragflügel wirkenden Kräfte in  $x$ - und  $y$ -Richtung (vgl. Abb. 4) messen. Durch die Krafteinwirkung verformen sich die Biegebalken im linear-elastischen Bereich. Die Verformung wird mit Dehnmessstreifen, die Teil einer Wheatstoneschen Vollbrücke sind, in ein der Verformung und somit der Kraft proportionales elektrisches Signal transformiert. Die Kraft wird digital an einem Messverstärker angezeigt.

Im Ruhezustand, d. h. wenn der Tragflügel noch nicht angeströmt wird, sind beide Kräfte gleich null, da die Gewichtskraft des Tragflügels einschließlich seiner Halterungen bei der Anzeige des Messgerätes als Tara-Wert bereits berücksichtigt ist. Kräfte ungleich null werden durch die Strömung hervorgerufen. Bei einer Anströmung setzt sich die gesamte Widerstandskraft des Systems Tragflügel-Tragflügel-Halterung aus den Widerstandskräften des Tragflügels  $F_{WT}$  und der Widerstandskraft der Tragflügelhalterung  $F_{WH}$  zusammen. In Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit  $u_\infty$  kann die Widerstandskraft  $F_{WH}$  nach Gl. (20)

$$F_{WH} = a_1 u_\infty + a_2 u_\infty^2 \quad (20)$$

mit  $a_1 = 5.21514 \cdot 10^{-4} \text{ N s/m}$  und  $a_2 = 6.31836 \cdot 10^{-4} \text{ N s}^2/\text{m}^2$  berechnet werden. Die Widerstandskraft des Tragflügels ergibt sich dann aus

$$F_{WT} = F_W - F_{WH} \quad (21)$$

Die Auftriebs- und Widerstandskräfte werden für eine jeweils konstante Anströmgeschwindigkeit bei verschiedenen Anstellwinkeln ermittelt. Daraus werden entsprechend Gln. (3) und (4) die entsprechenden Beiwerte  $c_A$  und  $c_W$  berechnet.

Wird der Auftriebsbeiwert in Abhängigkeit vom Widerstandsbeiwert in einem Diagramm dargestellt ( $c_A = f(c_W)$ ), erhält man die so genannte Widerstandspolare. Kurvenparameter ist in diesem Falle der Anstellwinkel  $\alpha$ .

### **3.3. Ermittlung der Druckverteilung auf der Oberfläche eines angeströmten Tragflügels**

Für verschiedene Anstellwinkel und die Anströmgeschwindigkeit wird die Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche mit dem 20-fach-Schrägrohrmanometer (Abschnitt 2.2.5. ) gemessen. Der verwendete Tragflügel hat dazu auf der Ober- und Unterseite Druckbohrungen. Die Anschlüsse der Druckbohrungen werden durch Schläuche mit dem 20-fach-Schrägrohrmanometer verbunden. Die Nummerierung der Druckbohrungen und die Maße des Tragflügels sind Abschnitt 7. (Seite 16) zu entnehmen.

Zur Ermittlung der Auftriebskraft gehen wir von einem jeweils konstanten Druck auf der Teilfläche  $A_i = b \Delta x_i$  mit

$$\Delta x_i = \begin{cases} \frac{x_i}{2} & i = 1, 2 \\ \frac{x_i - x_{i-2}}{2} & i = 3 \dots 7 \\ \frac{2x_i - x_{i-1} - x_{i-2}}{2} & i = 8 \end{cases} \quad (22)$$

aus, wobei die projizierten Flächen an der Ober- und Unterseite gleich groß sind. Die Länge  $x_8 = l$  entspricht der Profiltiefe. Die Abschnitte sind in Abb. 11 mit gelben (s/w: hellgrauen) Linien markiert, die zwischen den Druckbohrungen verlaufen.

Das Integral nach Gl. (7) wird dann durch abschnittsweise Anwendung der Trapezregel<sup>8</sup> näherungsweise numerisch ermittelt:

$$F_A = b \int_0^l (p_U(x) - p_O(x)) dx \approx b \sum_{i=1}^8 (p(x_{i+8}) - p(x_i)) \Delta x_i \quad (23)$$

## **4. Versuchsdurchführung**

### **4.1. Luftdruck, Temperatur und relative Luftfeuchtigkeit**

Lesen Sie den aktuellen Luftdruck  $p_b$  am LAMBRECHT-Barometer im Raum C 2.06 und die aktuelle Lufttemperatur  $T_l$  sowie die relative Luftfeuchtigkeit  $\varphi$  am Messinstrument im Raum C 2.08 ab.

### **4.2. Kernzonenlänge und Austrittsgeschwindigkeitsprofil**

1. Schalten Sie das Betz-Manometer ein und initialisieren Sie es (Nullpunkteinstellung).
2. Verschieben Sie das Prandtl'sche Staurohr aus dem Strahlengang des Freistrahls.
3. Schalten Sie den Radiallüfter ein (Hauptschalter auf ON, grünen Knopf EIN drücken, Taste Ⓢ am Drehzahlregler betätigen – Lüfter läuft hoch bis zu einer Frequenzanzeige von 50 Hz)
4. Positionieren Sie das Staurohr genau auf die Strahlachse. Registrieren und notieren Sie den Staudruck am Betz-Manometer.
5. Verschieben Sie den Wagen mit dem Staurohr langsam und schrittweise in x-Richtung entsprechend der Angaben in der entsprechenden Tabelle und nehmen Sie den Staudruck  $p(x,0,0)$  in Abhängigkeit von der Entfernung  $x$  vom Düsenaustritt auf. Eine Verringerung des Staudruckes zeigt das Ende der Kernzone an.
6. Positionieren Sie das Staurohr 6 cm vom Düsenaustritt entfernt und messen Sie den Staudruck  $p(6\text{ cm},0,z)$  schrittweise in horizontaler Richtung  $z$ .
7. Wiederholen Sie die Messungen nach den Punkten 4 bis 6 für eine Lüfterfrequenz von 25 Hz (mit Betätigen von ▲ und ▼ eine Frequenz von 25 Hz einstellen)
8. Schalten Sie den Radiallüfter aus.

### **4.3. Widerstands- und Auftriebskräfte bzw. –beiwerte an einem Tragflügel**

1. Montieren Sie vorsichtig die Grundplatte mit der Kraft-Messeinrichtung auf dem Wagen. Montieren Sie anschließend äußerst vorsichtig den Tragflügel Aufbau. Richten Sie vor dem Festschrauben den Tragflügel Aufbau an der Austrittsöffnung des Lüfters aus.



*Vermeiden Sie unbedingt größere Kräfte bei der Montage des Tragflügel Aufbaus. Die Kraft-Messeinrichtung ist äußerst empfindlich.*

2. Positionieren Sie den Tragflügel Aufbau mit dem Wagen innerhalb der im Versuchsteil 1 ermittelten Kernzone. Registrieren Sie diese Position.



*Vermeiden Sie größere Kräfte und Beschleunigungen, um eine Überlastung der Kraft-Messeinrichtung zu verhindern.*

---

<sup>8</sup> Die summierte Trapezregel oder auch andere numerische Integrationsverfahren können hier nicht ohne weiteres angewendet werden, da die Stützstellen nicht äquidistant sind.

3. Betätigen Sie die „→ 0 ←“-Taste an beiden Messverstärkern. Die Anzeige beider Geräte sollte nun auf „0“ stehen.
4. Schalten Sie den Radiallüfter ein (Frequenz 25 Hz) ein.
5. Messen Sie die Auftriebs- und Widerstandskräfte bei Anstellwinkeln von  $-10^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ . Messen Sie bei  $-10^\circ$  und  $20^\circ$  die Neigung der Tragflügelunterseite mit dem elektronischen Winkelmesser.



*Vermeiden Sie das Aufbringen größerer Kräfte, um eine Überlastung der Kraft-Messeinrichtung zu verhindern.*

6. Stellen Sie eine Lüfterfrequenz von 50 Hz durch Betätigen von ▼ und ▲ ein. Wiederholen Sie die Messungen nach Punkt 5.
7. Schalten Sie den Lüfter durch Betätigen von ⏻ aus. Schalten Sie die Messverstärker aus und lösen Sie die Verbindungskabel.
8. Demontieren Sie vorsichtig den Tragflügelaufbau und die Grundplatte.



*Vermeiden Sie das Aufbringen größerer Kräfte, um eine Überlastung der Kraft-Messeinrichtung zu verhindern.*

#### **4.4. Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche**

1. Montieren Sie vorsichtig den Tragflügelaufbau zur Messung der Druckverteilung auf dem Wagen. Positionieren Sie den Tragflügelaufbau an der im Versuchsteil 2 ermittelten Position.
2. Schalten Sie den Lüfter ein (eingestellte Frequenz: 50 Hz).
3. Stellen Sie die Neigung des 20-fach-Schräghrohrmanometers auf 1:5 (Neigungswinkel:  $\beta = 11.5^\circ$ ). Beobachten Sie dabei die Länge der Flüssigkeitssäulen. Ein Eindringen der Sperrflüssigkeit in die Schläuche ist unbedingt zu vermeiden.
4. Stellen Sie einen Anstellwinkel von  $-10^\circ$  ein und überprüfen Sie die Neigung mit dem in Abschnitt 4.3. unter Punkt 5 ermittelten Wert für die Neigung der Tragflügelunterseite. Messen Sie die Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche.
5. Wiederholen Sie die Messung mit einem Anstellwinkel von  $20^\circ$  und überprüfen Sie die Neigung mit dem in Abschnitt 4.3. unter Punkt 5 ermittelten Neigungswinkel der Tragflügelunterseite.
6. Wiederholen Sie die Messungen nach den Punkten 4 bis 5 für eine Lüfterfrequenz von 25Hz (mit Betätigen von ▲ und ▼ eine Frequenz von 25 Hz einstellen).
7. Schalten Sie den Lüfter aus. Stellen Sie das 20-fach-Schräghrohrmanometer in senkrechte Position.

### **5. Versuchsauswertung**

#### **5.1. Luft**

Berechnen Sie mit Gln. (8) bis (10) die Luftdichte aus den aktuellen Messwerten für den Luftdruck, die Lufttemperatur und die relative Luftfeuchtigkeit.

### **5.2. Kernzonenlänge und Austrittsgeschwindigkeitsprofil**

1. Stellen Sie die gemessenen Staudrücke  $p(x,0,0)$  und die berechneten Geschwindigkeiten  $u(x,0,0)$  in Abhängigkeit vom Düsenabstand  $x$  grafisch dar.
2. Ermitteln Sie die Kernzonenlänge aus der unter 1. erhaltenen Grafik.
3. Stellen Sie die gemessenen Staudrücke  $p(6\text{ cm},0,z)$  und die berechneten Geschwindigkeiten  $u(6\text{ cm},0,z)$  in Abhängigkeit von der horizontalen Koordinate  $z$  grafisch dar.

### **5.3. Widerstands- und Auftriebskräfte bzw. -beiwerte an einem Tragflügel**

1. Berechnen Sie die Widerstands- und Auftriebsbeiwerte für alle gemessenen Zustände.
2. Zeichnen Sie die Widerstandspolaren  $c_A = f(c_w)$  für beide Anströmgeschwindigkeiten. Tragen Sie den jeweils zugehörigen Kurvenparameter „Anstellwinkel“ ein.
3. Berechnen Sie für alle Zustände die Zirkulation  $\Gamma$  nach Gl. (6).
4. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

### **5.4. Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche**

1. Stellen Sie die Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche für beide Anstellwinkel und beide Anströmgeschwindigkeiten grafisch dar.
2. Werten Sie das Integral nach Gl. (7) bzw. die Summe nach Gln. (22) und (23) numerisch aus. Vergleichen Sie die erhaltenen Werte für die Auftriebskraft mit den experimentell ermittelten Werten und diskutieren Sie eventuelle Abweichungen.
3. Berechnen Sie die Auftriebsbeiwerte für alle gemessenen Zustände.
4. Berechnen Sie für alle Zustände die Zirkulation  $\Gamma$  nach Gl. (6) und stellen Sie diese grafisch in Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit und dem Anstellwinkel dar.

## **6. Literatur**

- /1/ Nitsche, W.: Strömungsmeßtechnik, Springer-Verlag, Berlin 1994
- /2/ Spurk, J. H., Strömungslehre, Springer-Verlag, 1996
- /3/ Becker, E., Technische Strömungslehre, Teubner, 1993
- /4/ Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau, 19. Auflage, Springer-Verlag 1997
- /5/ Eck, B.: Technische Strömungslehre, Band 1, 9. Auflage, Springer-Verlag 1988

## 7. Anhang

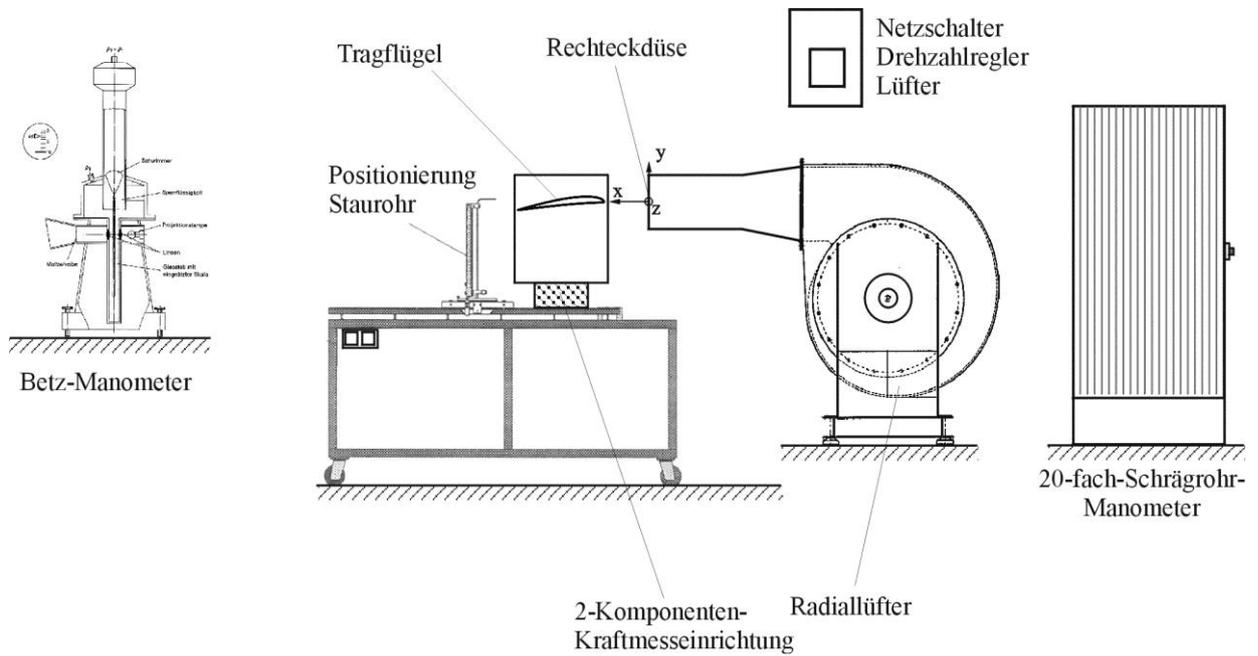


Abb. 10: Übersicht über die Anlage "Tragflügelumströmung"

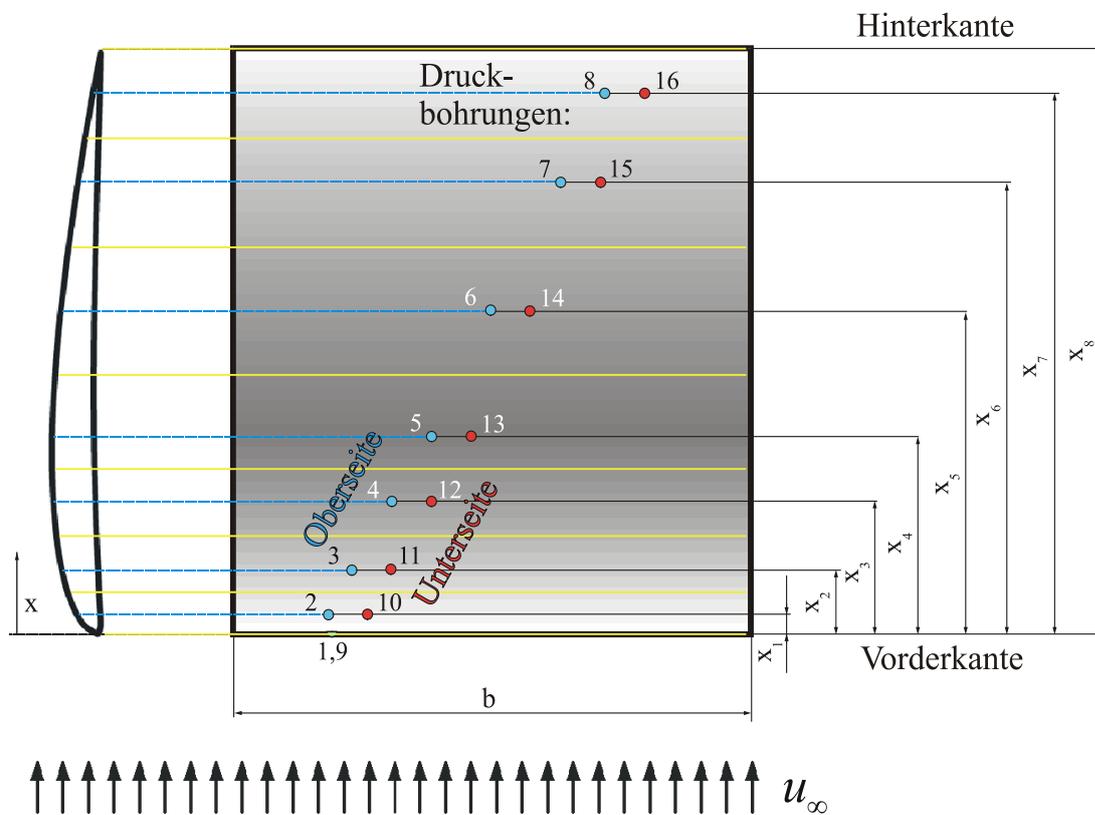


Abb. 11: Geometrie des Tragflügels mit projizierten Längen sowie Anordnung und Nummerierung der Messbohrungen

**Maße des Tragflügels:**

$$x_1 = 5 \text{ mm}$$

$$x_2 = 16 \text{ mm}$$

$$x_3 = 33 \text{ mm}$$

$$x_4 = 49 \text{ mm}$$

$$x_5 = 80 \text{ mm}$$

$$x_6 = 112 \text{ mm}$$

$$x_7 = 134 \text{ mm}$$

$$x_8 = 148 \text{ mm}$$

$$b = 130 \text{ mm}$$

## **8. Tabellen**

### **1. Luft**

aktueller Luftdruck  $p_b$  : \_\_\_\_\_ hPa

aktuelle Lufttemperatur  $T_L$  : \_\_\_\_\_ °C

aktuelle relative Luftfeuchtigkeit  $\varphi$  : \_\_\_\_\_ %

### **2. Kernzonenlänge und Austrittsgeschwindigkeitsprofil**

Kernzonenlänge ( $y=0$  cm,  $z=0$  cm)

$x$ (cm)	$f_L = 25$ Hz	$f_L = 50$ Hz
	$p_{Stau}$ (mbar)	$p_{Stau}$ (mbar)
0		
2		
4		
6		
8		
10		
12		
14		
16		
18		
20		
25		
30		
35		
40		
45		
50		
55		
60		
65		
70		
75		
80		
85		
90		
95		
100		

Horizontales Geschwindigkeitsprofil nahe des Düsenaustrittes ( $x=6\text{ cm}$ ,  $y=0\text{ cm}$ )

$z\text{ (cm)}$	$f_L = 25\text{ Hz}$	$f_L = 50\text{ Hz}$
	$p_{\text{Stau}}\text{ (mbar)}$	$p_{\text{Stau}}\text{ (mbar)}$
-7		
-6.5		
-6		
-5		
-4		
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
6.5		
7		

**3. Widerstands- und Auftriebskräfte bzw. -beiwerte an einem Tragflügel**

$\alpha\text{ (}^\circ\text{)}$	$f_L = 25\text{ Hz}$ $u_\infty = u(x=6\text{ cm})$		$f_L = 50\text{ Hz}$ $u_\infty = u(x=6\text{ cm})$		Neigung Tragflügelunterseite
	$F_A\text{ (N)}$	$F_W\text{ (N)}$	$F_A\text{ (N)}$	$F_W\text{ (N)}$	
-10					-
0					-
5					-
10					-
15					-
20					-
30					-

**4. Druckverteilung auf der Tragflügeloberfläche**

Dichte der Sperrflüssigkeit:  $784 \text{ kg/m}^3$

Neigung  $\beta$  des Schrägrohrmanometers:  $\text{ \_\_\_\_\_\_ }^\circ$

n (Nr. der Bohrung)	$f_L = 25 \text{ Hz}$ $u_\infty = u(x = 6 \text{ cm})$		$f_L = 50 \text{ Hz}$ $u_\infty = u(x = 6 \text{ cm})$	
	$h_{\text{Ref}} = \text{ \_\_\_\_\_\_ }$ $h( \text{ \_\_\_\_\_\_ } )$ $\alpha = -10^\circ$	$h_{\text{Ref}} = \text{ \_\_\_\_\_\_ }$ $h( \text{ \_\_\_\_\_\_ } )$ $\alpha = 20^\circ$	$h_{\text{Ref}} = \text{ \_\_\_\_\_\_ }$ $h( \text{ \_\_\_\_\_\_ } )$ $\alpha = -10^\circ$	$h_{\text{Ref}} = \text{ \_\_\_\_\_\_ }$ $h( \text{ \_\_\_\_\_\_ } )$ $\alpha = 20^\circ$
1 und 9				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				