

Praktikum „Experimentelle Strömungsmechanik“

Versuch S8: Untersuchung einer Rohrströmung mittels Laser-Doppler-Anemometrie (LDA)



Laser-Sicherheit



- Laserstrahlen besitzen eine hohe Energiedichte und können irreparable Schäden an Augen und Haut verursachen.
- Schauen Sie auch mit Laserschutzbrille nie direkt in einen Laserstrahl oder seine Reflexionen!
- Entsprechend der aktenkundigen Belehrung sind Sie verpflichtet, die bereitgestellten Laserschutz- bzw. Laserjustierbrillen zu benutzen.
- Uhren und Schmuck sind abzulegen, um unkontrollierte Reflexionen des Laserstrahles zu vermeiden.

Inhalt

1. Aufgabenstellung	2
2. Theoretische Grundlagen	2
2.1. Grundlagen der Laser-Doppler-Anemometrie	2
2.1.1. Lichtstreuung an Einzelpartikeln	2
2.1.2. Doppler-Effekt	3
2.1.3. Mögliche LDA-Konfigurationen	7
2.1.4. Vor- und Nachteile der Laser-Doppler-Anemometrie	8
2.2. Aufbau und Parameter des LDA-Versuchsstandes	8
2.3. Korrektur der Position des Messvolumens	10
2.4. Auswertung des Streulichtsignals	11
2.5. Berechnung des Volumenstromes aus dem zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofil ...	12
3. Versuchsdurchführung	13
3.1. Wichtige Daten der Versuchsstandes	13
3.2. Ermittlung des Geschwindigkeitsprofils der Wasserströmung im Rohr	14
4. Versuchsauswertung	14
4.1. Interferenzstreifenabstand und Größe des Messvolumens	14
4.2. Geschwindigkeitsprofil im Rohr und Volumenstrom	14
5. Literatur	15
6. Messtabelle	17

1. Aufgabenstellung

- Machen Sie sich mit dem Versuchsstand und den notwendigen verpflichtenden Sicherheitsmaßnahmen vertraut.
- Messen Sie das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfeld einer turbulenten Strömung in einem Rohr mit Kreisquerschnitt.

2. Theoretische Grundlagen

Strömungen von Flüssigkeiten und Gasen können je nach Zielsetzung auf ganz unterschiedliche Arten untersucht werden. Prinzipiell unterscheidet man Strömungsmessverfahren

- nach der Art der Messung: invasive und nichtinvasive Verfahren
- nach dem Prinzip der Messung: elektrische, mechanische, optische und thermische Verfahren
- nach dem Gebiet der Messung: Punkt- und Feldmessverfahren

Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) oder Laser-Doppler-Velocimetry (LDV) ist ein nichtinvasives, optisches Punktmessverfahren, mit dessen Hilfe man die lokale Momentangeschwindigkeit von im zu vermessenden Fluid dispergierten Tracerpartikeln (Streuteilchen) messen kann. Die notwendigen Tracerpartikel dürfen dabei die Strömung nicht beeinflussen, müssen die Geschwindigkeit der Strömung selbst repräsentieren und geeignete Lichtstreuungseigenschaften aufweisen. Lichtquelle ist ein kontinuierlich emittierender Laser (Dauerstrichlaser, cw-Laser) /1/.

2.1. Grundlagen der Laser-Doppler-Anemometrie

2.1.1. Lichtstreuung an Einzelpartikeln

Werden Partikel mit Licht beleuchtet, streuen sie das Licht nach ganz bestimmten Gesetzmäßigkeiten. Die Intensität des Streulichtes ist dabei abhängig

- von der Partikelgröße (Abb. 1),
- von der auf den Lichteinfall bezogenen Raumrichtung (Abb. 2) und
- von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes.

Wie aus Abb. 1 zu erkennen ist, ist die Verwendung von Partikeln, die im Bereich der Mie-Streuung liegen, sehr sinnvoll. Zum einen streuen sie ausreichend Licht,

zum anderen sind die Partikel klein genug, um der Strömung weitgehend zu folgen. Letzteres trifft allerdings nur zu, wenn die Materialdichte der Partikel nicht zu groß ist, da sonst Sedimenta-

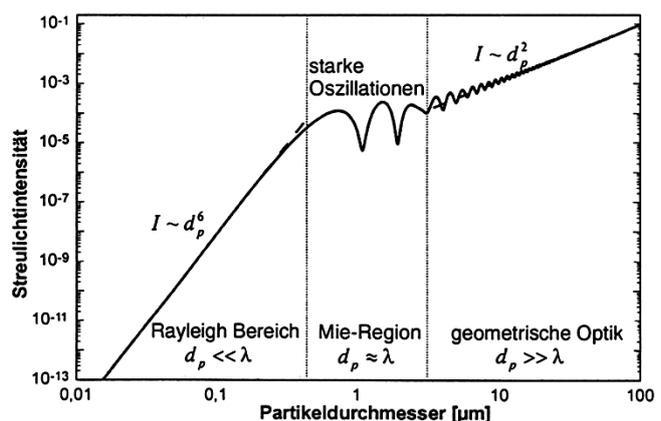


Abb. 1: Streulichtintensität als Funktion des Partikeldurchmessers /3/

tionserscheinungen die Messung verfälschen. Auch müssen die Streuteilchen groß genug sein, damit eine Brownsche Bewegung die Bewegung der Partikel in der Strömung nicht beeinflusst.

In Abb. 2 ist vereinfacht die Lichtstreuung eines Einzelpartikels in der Ebene (Polarkoordinaten) dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Streulichtintensität von der Beobachtungsrichtung abhängig ist. Wird ein Partikel von links (Pfeil bei $\alpha = 180^\circ$) beleuchtet, streut es das Licht in alle Richtungen. Man erkennt, dass in Vorwärtsrichtung ($\alpha = 0^\circ$) die Streulichtintensität am größten ist. Dies

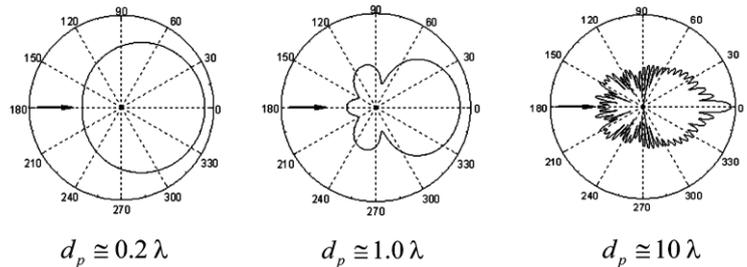


Abb. 2: Streulichtintensitäten für ein Einzelpartikel (logarithmisch skaliert) als Funktion des Beobachtungswinkels und der Partikelgröße in Relation zur Wellenlänge λ in der Ebene /3/

hat Konsequenzen für den optimalen optischen Aufbau eines Laser-Doppler-Anemometers (vgl. Abschnitt 2.1.3.).

2.1.2. Doppler-Effekt

Die LDA basiert auf dem Doppler-Effekt¹, wonach aus einer Relativbewegung zwischen einem wellenemittierenden Sender und einem Wellenempfänger eine Frequenzverschiebung resultiert /2/. Dabei sind prinzipiell zwei Fälle möglich:

1. stationäre Quelle – bewegter Empfänger
2. bewegte Quelle – stationärer Empfänger

Im **Fall 1** (Abb. 3) bewegt sich der Empfänger (z. B. das Tracerpartikel) relativ zur stationären Quelle (z. B. dem Laser) mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{lp}$. Die Quelle sendet Wellen mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c (z. B. Lichtgeschwindigkeit bei einer Laserquelle) aus. In einer Periode T verschiebt sich der Empfänger relativ zur Quelle um die Strecke $(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{lp})T$. Die Wellenlänge λ_p am Empfänger ändert sich dann entsprechend der Beziehung

$$\lambda_p = (c - \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{lp})T,$$

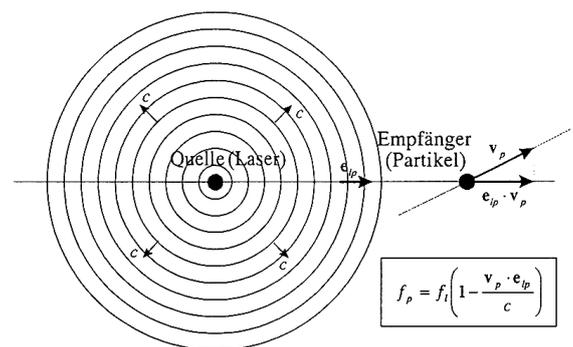


Abb. 3 Doppler-Effekt bei stationärer Quelle und bewegtem Empfänger (1)

so dass sich als detektierte Frequenz f_p am Partikel nicht $f_p = f_i = c/\lambda_i$, sondern

¹ Christian Andreas Doppler (1803-1853): österreichischer Mathematiker und Physiker

$$f_p = \frac{c - \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{lp}}{\lambda_l} = f_l \left(1 - \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{lp}}{c} \right) \quad (2)$$

ergibt. Hierbei sind $f_l = c/\lambda_l$ die von der stationären Quelle (z. B. Laser) gesendete Frequenz der Wellenlänge λ_l und der Richtung der Relativbewegung zwischen der stationären Quelle und dem Partikel \mathbf{e}_{lp} .

Im **Fall 2** (Abb. 4) werden die von der bewegten Quelle (z. B. Partikel) emittierten Wellen vor der Quelle „gestaucht“ (die am Empfänger detektierte Frequenz wird größer) bzw. nach der Quelle „gestreckt“ (die am Empfänger detektierte Frequenz wird kleiner). Die Quelle bewegt sich mit einer Relativgeschwindigkeit zum stationären Empfänger \mathbf{v}_p , in Richtung des Empfängers also mit einer Geschwindigkeit $\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{pr}$. In einer Periode T verschiebt sich die Quelle relativ zum Empfänger um die Strecke $(\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{pr})T$. Folglich ist die detektierte die Frequenz f_r

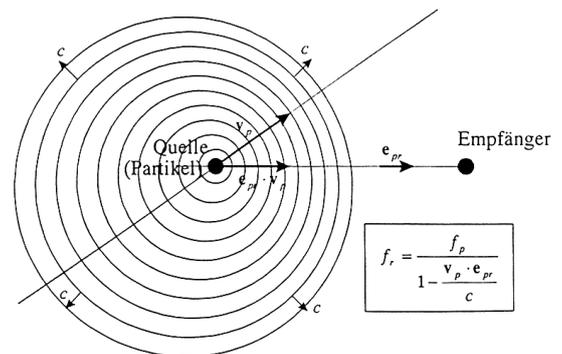


Abb. 4: Doppler-Effekt bei bewegter Quelle (z. B. ein Tracerpartikel) und stationärem Empfänger

$$f_r = \frac{c}{\lambda_r} = \frac{c}{(c - \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{pr})T} = f_p \frac{1}{1 - \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{pr}}{c}} \quad (3)$$

Hierbei sind $f_p = T^{-1}$ die von der bewegten Quelle (Sender, z. B. Partikel) gesendete Frequenz, und \mathbf{e}_{pr} die Ausbreitungsrichtung der Welle vom bewegten Sender zum ruhenden Empfänger.

In einem LDA treten beide Fälle in Kombination auf, da der Laser (Sender) und der fotoelektrische Detektor (Empfänger) ruhen und sich die Tracerpartikel (gleichzeitig Empfänger und Sender) mit der Strömung bewegen (Abb. 5). Wird also ein Partikel einerseits von einem Laser beleuchtet (hier wirkt es als Empfänger) und streut das Partikel andererseits das empfangene Laserlicht (hier wirkt es als Sender), kann von einem stationären Empfänger die Frequenz

$$f_r = f_l \frac{1 - \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{lp}}{c}}{1 - \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{pr}}{c}} \quad (4)$$

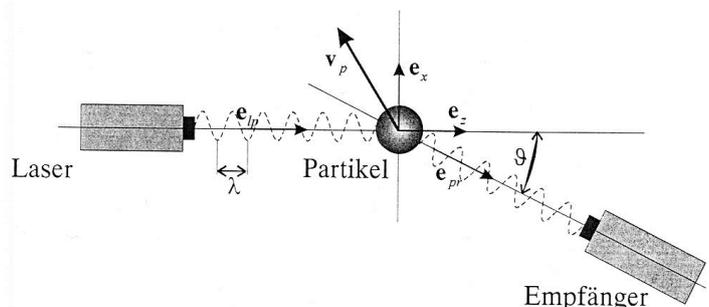


Abb. 5: Partikel als Empfänger und Sender /3/

empfangen werden, die aus der Kombination der Gln. (2) und (3) resultiert. Unter Anwendung einer Reihenentwicklung für den Nenner und unter Vernachlässigung quadratischer und höherer Terme

erhalten wir

$$f_r \approx f_l \left(1 - \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{lp}}{c} + \frac{\mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_{pr}}{c} \right) \approx f_l \left(1 + \frac{1}{c} \mathbf{v}_p \cdot (\mathbf{e}_{pr} - \mathbf{e}_{lp}) \right). \quad (5)$$

Die direkte Messung der Dopplerverschiebung ist aufgrund der hohen Lichtfrequenzen, die im Bereich von 10^{14} Hz liegen, nicht möglich, da elektronische Geräte zu langsam sind, um derartig hohe Frequenzen zu verarbeiten. Abhilfe schafft hierbei die Überlagerung zweier kohärenter Lichtwellen gleicher Frequenz, das sogenannte Heterodyning.

Werden zwei Laserstrahlen gleicher Lichtfrequenz entsprechend Abb. 6 unter einem Winkel θ überlagert, entsteht im Schnittpunkt der Strahlen ein Schnittvolumen in Form eines Ellipsoids. Dieses wird als Messvolumen bezeichnet.

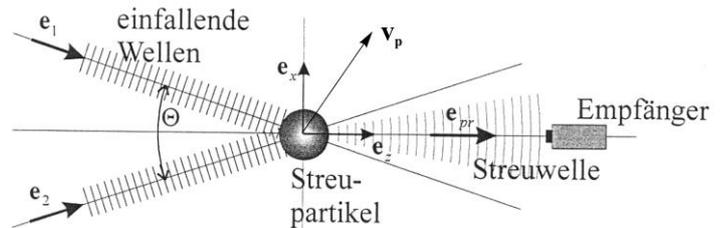


Abb. 6: Partikel durchläuft den Schnittpunkt zweier Lichtstrahlen /3/

Bewegt sich ein Partikel durch dieses Messvolumen mit einer Geschwindigkeit \mathbf{v}_p , wird das Partikel Licht von beiden Lichtstrahlen streuen:

von Strahl 1:
$$f_1 \approx f_l \left(1 + \frac{1}{c} \mathbf{v}_p \cdot (\mathbf{e}_{pr} - \mathbf{e}_1) \right) \quad (6)$$

von Strahl 2:
$$f_2 \approx f_l \left(1 + \frac{1}{c} \mathbf{v}_p \cdot (\mathbf{e}_{pr} - \mathbf{e}_2) \right) \quad (7)$$

Eine Überlagerung dieser zwei ähnlichen Frequenzen führt zu einer Schwebung. Die Differenz der beiden Frequenzen ergibt die Dopplerfrequenz f_D :

$$f_D = f_1 - f_2 = f_l \frac{\mathbf{v}_p \cdot (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1)}{c} = f_l \frac{2 \sin(\theta/2)}{c} \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_x \quad (8)$$

Mit der Wellenlänge des verwendeten Laserlichtes $\lambda_l = \lambda = c/f_l$ und der x-Komponente der Partikelgeschwindigkeit $v_x = \mathbf{v}_p \cdot \mathbf{e}_x$ in x-Richtung, d. h. senkrecht zur Achse des Empfängers in der xz-Ebene des Strömungsgebietes (vgl. Abb. 6) erhalten wir eine wichtige Beziehung

$$f_D = v_x \frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda}, \quad (9)$$

aus der bei bekannter Wellenlänge des Lichtes, bekanntem Schnittwinkel der beiden Lichtstrahlen und bekannter Dopplerfrequenz (diese kann gemessen werden, da sie nur noch im Bereich von einigen MHz liegt) die Geschwindigkeit v_x **ohne Eichung (!)** berechnet werden:

$$\boxed{v_x = \frac{1}{2} \frac{f_D \lambda}{\sin(\theta/2)}} \quad (10)$$

Das Auftreten der Dopplerfrequenz lässt sich auch anhand eines einfachen Streifenmodells nach Abb. 7 erklären. Durch die Interferenz der beiden Strahlen entsteht im Messvolumen ein Interferenzmuster, dessen Intensitätsmaxima (dunkle Stellen) den Abstand

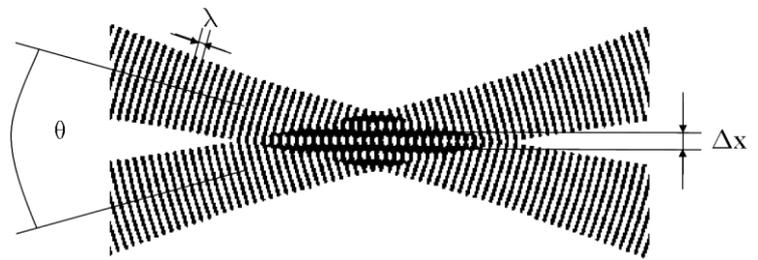


Abb. 7: Interferenzstreifenmuster bei Überlagerung zweier Laserstrahlen gleicher Wellenlänge /3/

$$\Delta x = \frac{v_x}{f_D} = \frac{1}{2 \sin(\theta/2)} \lambda \quad (11)$$

haben. Die sich durch das Interferenzmuster bewegendes Partikel werden in den Intensitätsmaxima beleuchtet, während Sie in den Intensitätsminima unbeleuchtet bleiben. Die Frequenz des durch das bewegte Partikel gestreuten Lichtes ergibt sich dann aus der Geschwindigkeit v_x , mit der das Partikel das Streifenmuster mit dem Streifenabstand Δx durchläuft:

$$f_D = \frac{v_x}{\Delta x} = v_x \frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda} \quad \text{vgl. (9)}$$

Wird der zeitliche Verlauf der Intensität des Streulichtes mittels eines Fotodetektors aufgenommen und einer Signalverarbeitung (Hochpassfilterung) sowie einer Frequenzanalyse unterzogen (Abb. 8), kann aus dem nach Gl. (11) berechneten Streifenabstand und der zum Durchlaufen des Abstandes zwischen zwei Intensitätsmaxima notwendigen Zeit $T_D = f_D^{-1}$ die Partikelgeschwindigkeit nach Gl. (10) berechnet werden.

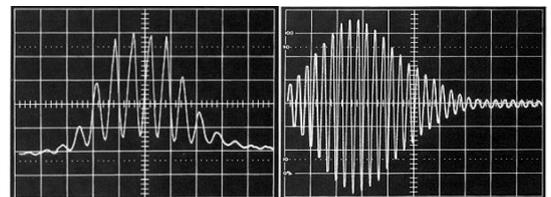


Abb. 8: Dopplerrohsignal vom Fotodetektor (links) und Signal nach Hochpassfilterung (rechts) /3/

In der Realität verkompliziert sich die dargestellte Problematik:

1. Die Laserstrahlen selbst zeigen ein Gaußsches Strahlprofil, wodurch der Gleichanteil der Lichtintensität über dem Querschnitt des Messvolumens variiert. Die Intensität der Interferenzstreifen wird folglich in Richtung der Ränder des Messvolumens kleiner (Abb. 9). Somit entsteht ein typisches Burst-Signal, welches nach einer Hochpassfilterung, bei der der Gleichanteil eliminiert wird, ein verwertbares Frequenzsignal beinhaltet. Dieses kann mittels einer Frequenzanalyse, typischerweise der Fast Fourier

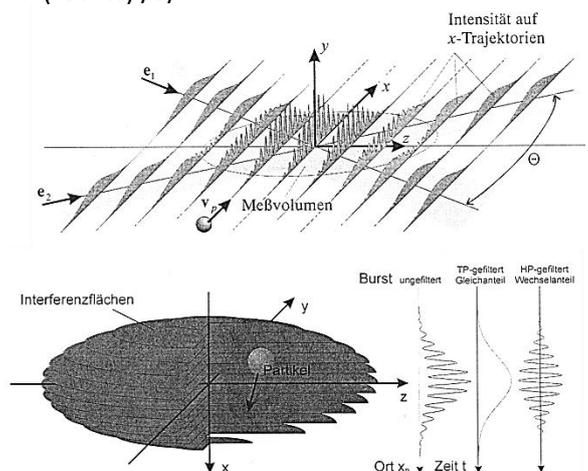


Abb. 9: Lichtintensitätsverteilung im Messvolumen und Entstehung von Bursts /3/

Transformation (FFT) hinsichtlich des Auftretens der Dopplerfrequenz ausgewertet werden.

2. Laserstrahlen haben typischerweise keinen über ihre gesamte Länge konstanten Strahlquerschnitt. Bei ungenau fokussierten Laserstrahlen, die sich nicht im Bereich des kleinsten Strahlradius (Strahltaille) schneiden, variiert der Interferenzstreifenabstand im Messvolumen, was wiederum zu falschen Partikelgeschwindigkeiten führt (Abb. 10). Die Laserstrahlen müssen folglich im Bereich der Strahltaille fokussiert werden.

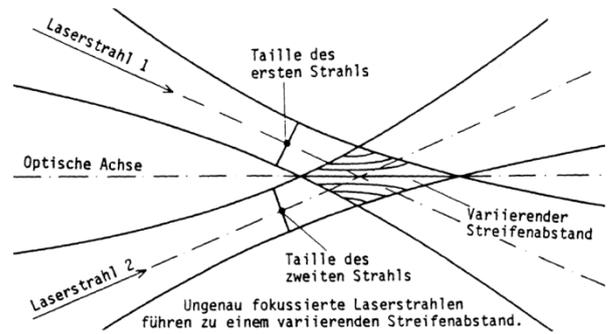


Abb. 10: Messvolumen bei ungenau fokussierten Laserstrahlen /5/

3. In der Regel werden gleichzeitig mehrere Partikel das Messvolumen durchqueren. Dies führt zu überlagerten Bursts (Abb. 11). Um eine ausreichende statistische Sicherheit zu erhalten, muss über eine gewisse Zeit gemessen und gemittelt werden.

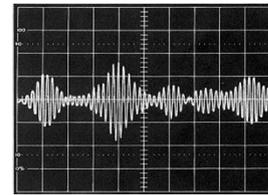


Abb. 11: Hochpassgefilterte Bursts für gleichzeitig durch das Messvolumen laufende Partikel verschiedener Größe /3/

4. Üblicherweise haben die Partikel nicht die gleiche Größe, sondern sind polydispers. Da das Streuverhalten der Partikel von deren Größe abhängig ist (vgl. Abb. 1 auf S. 2), treten Bursts unterschiedlicher Intensität auf (Abb. 11).

2.1.3. Mögliche LDA-Konfigurationen

Der prinzipielle Aufbau eines LDA ist in Abb. 12 dargestellt. Ein LDA besteht immer aus einer Laserquelle, einem Strahlteiler, einer Optik zum Fokussieren der Teilstrahlen auf das Messvolumen, einer Optik zur Fokussierung des Streulichtes auf den Fotodetektor sowie einer Signalverarbeitung.

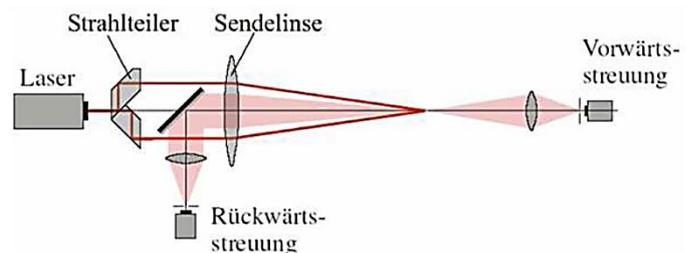


Abb. 12: Prinzipieller Aufbau von LDAs (Vorwärts- und Rückwärtsstreueung als alternative Möglichkeiten)

Laser-Doppler-Anemometer können prinzipiell in Rückwärts-, Vorwärts- oder auch

Seitwärtsstreueung aufgebaut werden. Geräte, die die Rückwärtsstreueung ausnutzen, haben den Vorteil, dass sie i. d. R. nur einmal justiert werden müssen, da sowohl die Sende- wie auch Empfangsoptik in einem Messkopf vereint sind. Nachteil ist, dass die Streulichtintensität in Rückwärtsstreueung deutlich geringer ist (vgl. Abb. 2), so dass an die Qualität der Empfangsoptik sehr hohe Anforderungen gestellt werden müssen. Dies ist bei Geräten in Vorwärtsstreueung nicht in dem Maße der Fall, allerdings sind diese Geräte nicht so flexibel einsetzbar und müssen häufig nachjustiert werden. Das im Praktikum verwendete Gerät arbeitet in Vorwärtsstreueung.

2.1.4. Vor- und Nachteile der Laser-Doppler-Anemometrie

- ☺ nicht-invasives und kalibrierungsfreies Messverfahren
- ☺ linearer Zusammenhang zwischen Messgröße (Dopplerfrequenz) und Strömungsgeschwindigkeit
- ☺ hohe zeitliche (abhängig vom Fotodetektor und der PC-Peripherie) und räumliche Auflösung (abhängig vom Messvolumen und folglich vom optischen Aufbau des LDA)
- ☺ 3D-Messungen prinzipiell möglich

- ☹ transparente Flüssigkeiten und Wände notwendig
- ☹ Brechung der Laserstrahlen an Grenzflächen
- ☹ Tracerpartikel notwendig, die der Strömung extrem trägheitsarm folgen müssen
- ☹ hoher apparativer Aufwand

2.2. Aufbau und Parameter des LDA-Versuchsstandes

In Abb. 13 (S. 9) ist der Aufbau des Labor-LDA-Versuchsstandes dargestellt, der ursprünglich für die Untersuchung von Freistrahlen konzipiert wurde /6/. Aus einem Vorratsbehälter (1) wird im geschlossenen Kreislauf mit einer Tauchpumpe (im Vorratsbehälter) über ein Schrägsitzventil (2), einen Durchflussmesser (3) durch die Messstrecke (4) (Rohr aus Polymethylmethacrylat (PMMA)) Wasser gefördert. Die Messstrecke kann horizontal mit einer Traverse bewegt werden. Ein Dauerstrich-Helium-Neon-Laser (6) (Lichtfarbe rot mit einer Wellenlänge $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, Leistung: 30 mW , Laserklasse III) sendet das Licht kontinuierlich und kohärent aus. In dem kubischen Strahlteiler (7) wird der Laserstrahl in zwei Strahlen geteilt. Ein Teilstrahl wird im Strahlteiler direkt um 90° umgelenkt, Die Richtungsänderung des anderen Teilstrahls um 90° wird mithilfe eines Spiegels (8) realisiert. Die beiden Parallelstrahlen haben einen Abstand von 80 mm und werden durch die Sendelinse (9a) (Brennweite $b_s = 300 \text{ mm}$) unter einem Winkel $\theta = 15.32^\circ$ zum Schneiden gebracht. Die beiden Teilstrahlen wurden vor dem Versuch unter Verwendung einer Justierblende (Öffnungsdurchmesser $50 \mu\text{m}$) so justiert, dass sie nach Passieren der Justierblende eine etwa gleiche Laserleistung von etwa 12 mW haben. Damit ist sichergestellt, dass das Messvolumen korrekt eingestellt ist². Das Messvolumen (4a) selbst muss hinsichtlich der Anwendung näher charakterisiert werden. Details hierzu findet man in /7/. Mit dem Öffnungswinkel der beiden Teilstrahlen von $\theta = 15.32^\circ$ ergibt sich der Interferenzstreifenabstand im Messvolumen (vgl. Abb. 7):

² Mittels einer kleinen Projektionslinse ließe sich das Messvolumen auf einen Schirm projizieren und nach Ausmessen der Projektion und des Abstandes des Schirms vom Messvolumen der Interferenzstreifenabstand berechnen. Dies kann aus Zeitgründen jedoch nicht erfolgen.

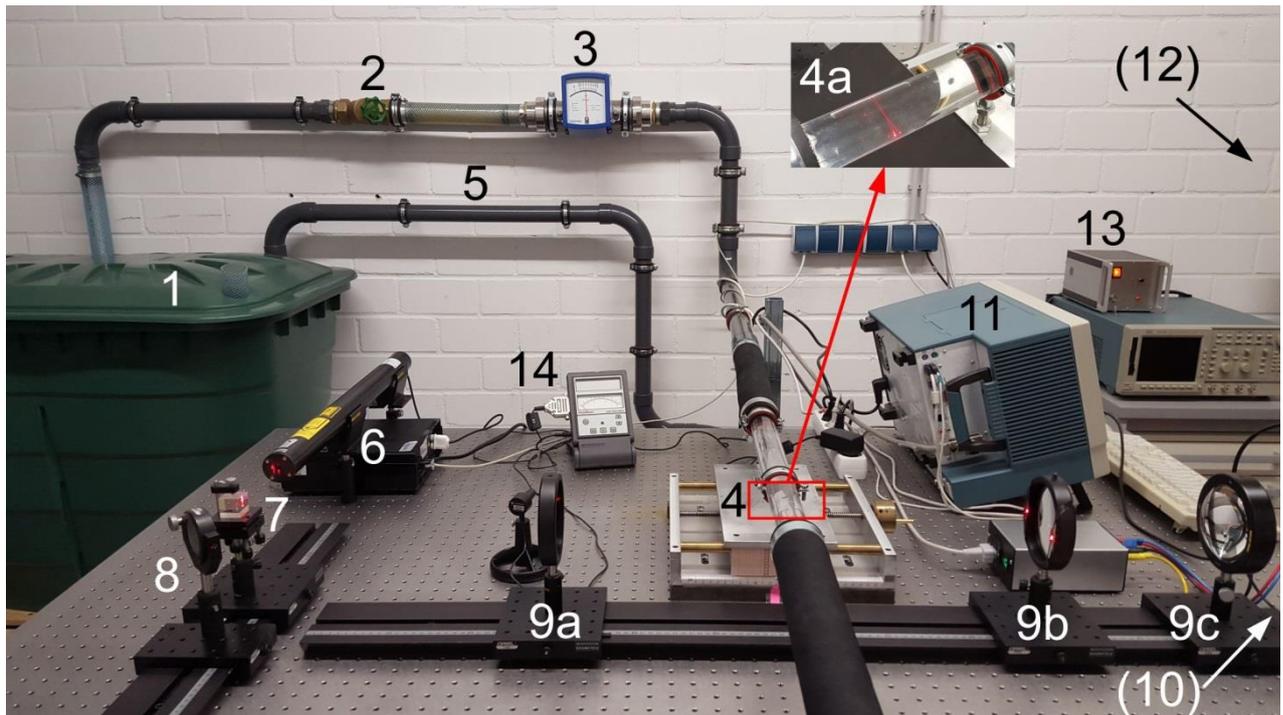


Abb. 13: Aufbau des LDA-Versuchsstandes

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} \quad (12)$$

Die optimale Partikelgröße liegt bei $d_p = \Delta x/2$. Die Partikel sind im konkreten Fall durch die natürliche Verschmutzung des Wassers (z. B. Staub, Rostpartikel, kleine Blasen) gegeben. Der Radius der Teilstrahlen vor der Sendelinse beträgt $R = 325 \mu\text{m}$. Damit kann unter Beachtung der Brennweite der Sendelinse $b_s = 300 \text{ mm}$ und der Wellenlänge λ des Lasers der Radius der Teilstrahlen im Messvolumen berechnet werden:

$$r = \frac{b_s \lambda}{\pi R} \quad (13)$$

Für die Abmessungen des Messvolumens folgt dann (Abb. 14):

$$x_m = \frac{2r}{\cos(\theta/2)} \quad (14)$$

$$y_m = 2r \quad (15)$$

$$z_m = \frac{2r}{\sin(\theta/2)} \quad (16)$$

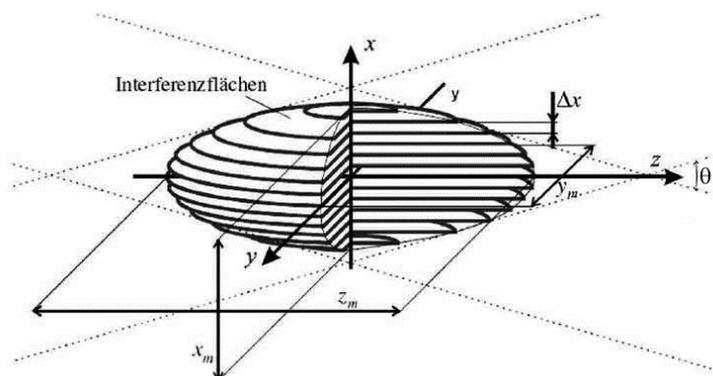


Abb. 14: Abmessungen des Messvolumens /7/

An der Empfangslinse (9b) (Brennweite $b_E = 300 \text{ mm}$) wird das Streulicht des Messvolumens parallelisiert. Gleichzeitig werden die bei-

den Laserstrahlen mittels Strahlfallen absorbiert, um den Einfall des direkten Laserlichtes auf den Fotodetektor und somit dessen Zerstörung zu vermeiden. Das Streulicht wird über die Empfangslinse (9c) (Brennweite: $b_f = 120 \text{ mm}$) fokussiert und auf die Öffnung des Fotodetektors (10, im Bild nicht dargestellt) projiziert. Der Fotodetektor ist an ein Oszilloskop (11) angeschlossen. Mit dessen Hilfe kann das Streulichtsignal angezeigt und zum Vergleich mittels einer Spektralanalyse einer ersten Auswertung hinsichtlich der charakteristischen Frequenzen ausgewertet werden. Das Oszilloskop ist mit einer IEEE 488.2 (GPIB)-Verbindung an einen Computer (12, nicht dargestellt) angeschlossen. Mittels eines LabView[®]-Programmes wird das Streulichtsignal ausgewertet und die aktuelle und gemittelte lokale Geschwindigkeit berechnet (vgl. Abschnitt 2.4).

Zur Gewährleistung der Lasersicherheit wird die Zugangstür elektronisch überwacht (13). Wird die Tür während des Versuches geöffnet, wird der Laser nach einer kurzen Verzögerungszeit abgeschaltet. Zur Überprüfung der Leistung des Lasers steht ein Messgerät (14) zur Verfügung. Wird der Sensor in den Strahlengang gehalten, zeigt das Gerät die Laserleistung an. Dies dient zur Überprüfung des Lasers und zur Justierung der Strahlengänge des Lasers.

2.3. Korrektur der Position des Messvolumens

Bei der Messung der Strömungsgeschwindigkeiten im Rohr passiert der Laserstrahl die Rohrwand. Da es zwei Grenzflächen gibt – Luft→äußere Rohrwand und innere Rohrwand→Wasser – wird es zwei Mal zu einer Brechung der Lichtstrahlen entsprechend des Snelliusschen Brechungsgesetzes kommen, da die Brechungsindizes von Luft, PMMA und Wasser unterschiedlich sind. Dies führt jedoch zu einer gegenüber den Einstellungen in Luft verschobenen Position des Messvolumens; das Messvolumen wandert in das Rohr hinein. Der Interferenzstreifenabstand im Messvolumen wird durch die zweifache Lichtbrechung nicht verändert, da sich zwar der Strahlwinkel θ , aber in gleichem Maße auch die Wellenlänge des Lichtes ändern /2/. Dies stört während der Messung nicht. Die korrekte Position des Messvolumens im Rohr muss allerdings im Nachhinein korrigiert werden.

In Abb. 15 wird deutlich, dass wegen der verschiedenen Brechungsindizes (vgl. Abschnitt 3) für Luft (m_1), PMMA (m_2) und Wasser (m_3) eine Verschiebung des Messvolumens auftritt. In Luft hätte das Messvolumen von der inneren Rohrwand den Abstand s , durch die doppelte Brechung der Lichtstrahlen an den Grenzflächen der Rohrwand (Dicke t) verschiebt sich das Messvolumen an die Position s' . Ohne Nachweis sei hier die Gleichung angegeben, mit der aus der scheinbaren Position des Messvolumens s , der Wandstärke des Rohres t , den verschiedenen Brechungsindizes und dem Eintrittswinkel $\alpha_1 = \theta/2$ der Strahlen in die Rohrwand die tatsächliche Position des Messvolumens im Rohr berechnet werden kann /5/:

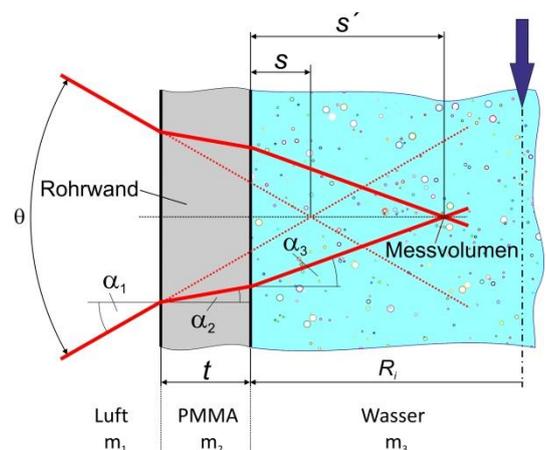


Abb. 15: Verschiebung des Messvolumens infolge doppelter Brechung an Grenzflächen

$$s' = \left[s + t \left(1 - \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}} \right) \right] \frac{1}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \sqrt{\left(\frac{m_3}{m_1}\right)^2 - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (17)$$

Diese Gleichung ist eine Geradengleichung der Form

$$s' = a(m_1, m_3, \theta) \cdot s + b(m_1, m_2, m_3, \theta, t), \quad (18)$$

wobei die beiden Parameter a und b nur vom Strahlwinkel, den optischen Eigenschaften der verwendeten Materialien und b zusätzlich noch von der Wandstärke des verwendeten Rohres abhängig sind. Für eine gegebene Anordnung sind sie folglich konstant.

2.4. Auswertung des Streulichtsignals

Das elektrische Signal des Fotodetektors wird elektronisch verstärkt, gefiltert und von einem Oszillographen (16) (Tektronix TDS 5052) aufgenommen. Im Oszillographen erfolgt eine Frequenzanalyse des empfangenen Signals, die auf dem Bildschirm (Abb. 16) verfolgt werden kann. Das Rohsignal der Messung wird darüber hinaus über eine IEEE 488.2 (GPIB)-Schnittstelle auf den PC übertragen und hier hinsichtlich der in den Bursts auftretenden Streulichtfrequenzen ausgewertet. Hierzu wird das Programmsystem *Labview*[®] (National Instruments) verwendet. Das Pro-



Abb. 16: Frontpanel der *Labview*[®]-Anwendung /8/

gramm S8_LDA.vi realisiert zunächst die Erfassung des Streulichtsignals. Dieses wird mit einem Hochpassfilter, der das immer auftretende niederfrequente Grundrauschen im Signal entfernt, gefiltert. Anschließend wird mittels einer schnellen Fourier-Transformation aus dem aufbereiteten Streulichtsignal das Frequenzspektrum berechnet. Mit einem Peak-Such-Algorithmus wird das (z. T. lokale) Maximum des Spektrums gesucht und die dazugehörige Streulicht- bzw. Dopplerefrequenz f_D bestimmt. Hieraus wird nach Gl. (10) die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit berechnet. Das Frontpanel der *Labview*[®]-Anwendung ist in Abb. 16 (S. 11) dargestellt.

Im Register „Results“ werden zunächst die spezifische Eingaben zur aktuellen Messung wie die Traversenposition („Input“) erwartet. Dies ist notwendig, um die tatsächliche Position des Messvolumens im Rohr nach Gl. (17) berechnen zu können. Diese wird rechts neben „Input“ dargestellt. Weiterhin werden die Ergebnisse der Geschwindigkeitsberechnungen angezeigt. In der oberen Grafik wird das berechnete gemittelte Frequenzspektrum des Streulichtsignals dargestellt. Die beiden gelben Cursorlinien markieren den jeweils aktuellen Maximalwert dieses Spektrums. Die zugehörige Dopplerefrequenz ist ein Maß für die aktuelle Geschwindigkeit, die für einen konkreten Ort zusätzlich einer zeitlichen Mittelung unterzogen wird. Beide Geschwindigkeiten werden im Fenster „Calculated Velocity“ angezeigt. Um eventuelle Fehler bei der Peak-Suche zu reduzieren, kann das abzusuchende Frequenzfenster mit den unter „Filter“ angeordneten Schieberegler in gewissen Bereichen eingeschränkt werden. Dieser Ausschnitt des Frequenzspektrums wird in der mittleren Grafik angezeigt, während die untere Grafik das empfangene primäre Streulichtsignal zeigt.

Im Register „Parameter“ sind Angaben zu den optischen Parametern der verwendeten Materialien sowie zur optischen Kalibrierung des LDA hinterlegt. Diese können zum Teil zwar geändert werden. Eine Änderung ist jedoch prinzipiell nicht notwendig.

Die *Labview*[®]-Anwendung wird durch Betätigen des Start-Icons (Pfeil unterhalb des *Labview*[®]-Menüs „Bearbeiten“) gestartet.



2.5. Berechnung des Volumenstromes aus dem zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofil

Aus der Kontinuitätsgleichung folgt allgemein:

- für den Volumenstrom:
$$\dot{Q} = \bar{u}A = \int_A u dA \quad (19)$$

- für die mittlere Geschwindigkeit:
$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int_A u dA . \quad (20)$$

Speziell für Rohre mit kreisförmigem Querschnitt ($A = \pi r^2$) gilt $dA = 2\pi r dr$ und wir erhalten

$$\dot{Q} = 2\pi \int_0^R r u(r) dr = 2\pi \cdot l \quad (21)$$

Das Integral I kann näherungsweise mit der Sehnentrapezregel³ /9/ berechnet werden. Die Diskretisierung des Integrals lautet für n Stützstellen $(r_i, u_i = u(r_i)) i = 1, 2, \dots, n$

$$I = \sum_{i=1}^{n-1} \underbrace{\frac{r_{i+1} + r_i}{2}}_{\text{Mittelwert}} \cdot \underbrace{(r_{i+1} - r_i) \frac{u_{i+1} + u_i}{2}}_{\text{Teilfläche Trapez}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n-1} (r_{i+1}^2 - r_i^2) \cdot (u_{i+1} + u_i) \quad (22)$$

Hieraus folgt

$$\dot{Q} = \frac{\pi}{2} \cdot I \quad \text{und} \quad \bar{u} = \frac{\dot{Q}}{\pi R^2} \quad (23)$$

3. Versuchsdurchführung

WICHTIGE HINWEISE:



Jegliches Berühren des Lasers, des Strahlteilers, des Spiegels, der Sendelinse und des Rohres ist strengstens untersagt, da andernfalls eine aufwändige Neujustierung des LDA notwendig ist.



Vor dem Einschalten des Lasers sind unbedingt die Laserschutzbrillen aufzusetzen. Zuwiderhandlungen werden mit dem Ausschluss vom Praktikum geahndet.



Das Verlassen des Raumes ist nur nach vorheriger Zustimmung des Versuchsleiters zulässig, da die Laser-Sicherheitseinrichtung vor Öffnen der Tür betätigt werden muss. Ansonsten wird der Laser automatisch abgeschaltet und der Versuch abgebrochen.

3.1. Wichtige Daten der Versuchsanlage

Für den Versuchsaufbau sind folgende wichtige Daten gegeben (Register „Parameter“):

1) Messstrecke

- Innendurchmesser des PMMA-Rohres: 30 mm
- Außendurchmesser des PMMA-Rohres: 40 mm

2) Optik

- Strahlwinkel: $\theta = 15.32^\circ$
- Wellenlänge des Laserlichtes: $\lambda = 632.8 \text{ nm}$
- Brechungsindizes für eine Lichtwellenlänge $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ /10/:

Luft (m_1): 1.0002765

Polymethylmethacrylat (PMMA/Plexiglas™, m_2): 1.4888

Wasser (m_3): 1.3317

³ Diese Regel wird benutzt, da keine analytische Funktion, sondern nur Wertepaare gegeben sind.

3) Fluid

Wasser (Dichte: $\rho_{20^\circ\text{C}} = 998 \text{ kg/m}^3$, dynamische Viskosität: $\eta_{20^\circ\text{C}} = 1.002 \text{ mPas}$)

3.2. Ermittlung des Geschwindigkeitsprofils der Wasserströmung im Rohr

1. Schalten Sie die Pumpe ein und warten Sie, bis die Rohrleitungen entlüftet sind. Stellen Sie mit dem Schrägsitzventil einen Volumenstrom von ca. 4000 l/h ein.
2. Schalten Sie den Laser ein.
3. Positionieren Sie das Rohr mit der Traverse so, dass sich das Messvolumen an der dem Strahl zugewandten Innenseite der Rohrwand befindet.
4. Starten Sie die *Labview*[®]-Messung durch Betätigen des Start-Buttons. Warten Sie, bis sich der Haupt-Peak im Amplitudenspektrum eingestellt hat und lesen Sie die mittlere Geschwindigkeit ab.
5. Ändern Sie die Position des Rohres bezüglich des Messvolumens um ca. 1.0 mm durch Betätigen der Kurbel. Beachten Sie dabei die Verschiebung der mm-Skala gegenüber der Skala auf der Grundplatte der Traversierung. Warten Sie, bis sich der neue Peak im Amplitudenspektrum nicht mehr wesentlich ändert. Lesen Sie die scheinbare Position des Messvolumens am Zeiger der Traverse ab und geben Sie dieses Maß in LabView ein. Übernehmen Sie aus Labview die abgelesene Traversierungsposition und die mittlere lokale Geschwindigkeit vom Monitor ab. Wiederholen Sie die Messungen in auf die Traverse bezogenen Abständen von 1.0 mm, bis die radiale Position von -14.8 mm erreicht wurde. Beobachten Sie dabei die Position des Messvolumens, in dem Sie senkrecht von oben auf das Rohr schauen, falls Sie eine **Laser-Justierbrille** nutzen.
6. Stoppen Sie die *Labview*[®]-Messung durch Betätigung des STOP-Buttons.
7. Wiederholen Sie die die Punkte 3 bis 5 für den gleichen Volumenstrom.
8. Ändern Sie den Volumenstrom auf 6000 l/h und 8000 l/h und wiederholen Sie die Messungen nach den Punkten 3 bis 7 für die neuen Volumenströme.

4. Versuchsauswertung

4.1. Interferenzstreifenabstand und Größe des Messvolumens

1. Berechnen Sie aus der Wellenlänge des Laserlichtes und dem gegebenen Strahlwinkel den Interferenzstreifenabstand im Messvolumen.
2. Berechnen Sie die Größe des Messvolumens.

4.2. Geschwindigkeitsprofil im Rohr und Volumenstrom

1. Berechnen Sie für Ihre aufgenommenen Messwerte die korrekte Position des Messvolumens nach Gl. (17).

2. Geben Sie für jeden Volumenstrom die Messtabelle mit den korrekten radialen Positionen des Messvolumens und den zugehörigen zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten an. Stellen Sie die ermittelten Geschwindigkeitsprofile am Rohr für die verschiedenen Volumenströme grafisch in der Form $\bar{u} = f(r)$ dar.
3. Ermitteln Sie für die drei am Durchflussmesser eingestellten Volumenströme aus den entsprechenden Geschwindigkeitsprofilen jeweils den Volumenstrom der durch das Rohr fließenden Flüssigkeit und deren mittlere Geschwindigkeit im Rohr nach dem in Abschnitt 2.5 beschriebenen Algorithmus. Vergleichen Sie die berechneten Volumenströme mit den eingestellten Volumenströmen. Worauf sind Abweichungen zurückzuführen?
4. An welcher radialen Position müsste das Messvolumen positioniert werden, damit die dort gemessene Geschwindigkeit der mittleren Geschwindigkeit entspricht und daraus sofort der Volumenstrom berechnet werden könnte?
5. Berechnen Sie die mittleren Reynoldszahlen im Rohr. Um welchen Strömungstyp handelt es sich?

5. Literatur

- /1/ Nitsche, W. *Strömungsmeßtechnik* Springer-Verlag, Berlin 1994
- /2/ Eckelmann, H. *Einführung in die Strömungsmeßtechnik* Teubner, Stuttgart 1997
- /3/ Tropea, C. *Laser Doppler Anemometry*, Vortrag Darmstadt, 11.10.1999
- /4/ Dantec Dynamics *Laser Doppler Anemometry*
http://www.dantecdynamics.com/Admin/Public/DWSDownload.aspx?File=files/filer/fsupport_and_download/research_and_education/lda.pdf
- /5/ Durst, F.; Melling, A.; Whitelaw, J. H. *Theorie und Praxis der Laser-Doppler-Anemometrie* Braun Karlsruhe 1987
- /6/ Knodt, J.; Piontkowski, A.; Rundel, P. M. *Aufbau und Erprobung eines Versuchstandes zur Untersuchung von einfachen Strömungen mit einem Laser-Doppler-Anemometer (LDA)* Teamprojektarbeit, Universität Bayreuth, Fakultät für Angewandte Naturwissenschaften, Lehrstuhl für Technische Mechanik und Strömungsmechanik und Lehrstuhl für Mess- und Regeltechnik. 2009
- /7/ Schmitt, C.; Jugenheimer, A. *Aufbau und Inbetriebnahme eines Versuchsstandes zur Untersuchung Rohrströmungen mit einem Laser-Doppler-Anemometer (LDA)* Teamprojektarbeit, Universität Bayreuth, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Lehrstuhl für Technische Mechanik und Strömungsmechanik 2014
- /8/ Sigmund, A.; Weinreich, S. *Optimierung und Erprobung eines Praktikumsversuchsstandes zur Untersuchung von Strömungen mit einem Laser-Doppler-Anemometer (LDA)* Teamprojektarbeit, Universität Bayreuth, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Lehrstuhl für Technische Mechanik und Strömungsmechanik 2015

/9/ <http://de.wikipedia.org/wiki/Trapezregel> (20.3.2014)

/10/ <http://refractiveindex.info/> (31.3.2016)

6. Messtabelle

Geschwindigkeitsprofil für verschiedene Volumenströme (je zwei Messungen pro Volumenstrom)

scheinbarer Abstand des Messvolumens von der inneren Rohrwand	scheinbare radiale Posi- tion	$\dot{Q} = 4000 \text{ l/h}$		$\dot{Q} = 6000 \text{ l/h}$		$\dot{Q} = 8000 \text{ l/h}$	
$s \text{ (mm)}$	$r \text{ (mm)}$	$u(r) \text{ (m/s)}$		$u(r) \text{ (m/s)}$		$u(r) \text{ (m/s)}$	
Messung →		1	2	1	2	1	2
0.0	15.0	0	0	0	0	0	0
1.0	14.0						
2.0	13.0						
3.0	12.0						
4.0	11.0						
5.0	10.0						
6.0	9.0						
7.0	8.0						
8.0	7.0						
9.0	6.0						
10.0	5.0						
11.0	4.0						
12.0	3.0						
13.0	2.0						
14.0	1.0						
15.0	0.0						
16.5	1.5						
18.0	3.0						
19.5	4.5						
21.0	6.0						
22.5	7.5						
24.0	9.0						
25.5	10.5						
27.0	12.0						
28.5	13.5						
30	15.0						

Die hellgrau hinterlegten Zellen dienen nur zur Untersuchung der Symmetrie der Strömung und gehen nicht in die Auswertung nach Abschnitt 2.5 ein.